

В дальнейшем предполагается проведение экспериментальных исследований. Кроме того, возникает вопрос разделения углов неортогональностей датчиков, которые при скалярной калибровке определяются связанными парами.

#### **Литература**

1. Аврутов В.В. Мікроакселерометри та їх випробування / В.В. Аврутов, П.М. Бондар, В.В. Мелешко. – К.: Корнійчук, 2008. – С. 62.
2. Измайлов Е.А. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – XV Международная конференция по интегрированным навигационным системам / Е.А. Измайлов, С.Н. Лепе, А.В. Молчанов, Е.Ф. Поликовский. – СПб., 2008. – С. 145 - 154.
3. Аврутов В.В. О скалярной калибровке блока гироскопов и акселерометров // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2010. – Вип. 40. – С. 10 - 17.

*Надійшла до редакції  
2 березня 2012 року*

©Аврutow В. В., Мазепа Т. Ю., 2012

УДК 531.383

### **ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ КАЛИБРОВКИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ**

*Костюк А. Ю., Лакоза С. Л.*

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина*

*В современной литературе вопросам калибровки посвящено множество работ, эти работы используют только детерминированную модель сигнала и не учитывают его случайной составляющей. В данной статье предлагается учитывать стохастические характеристики сигналов для улучшения процесса калибровки. Состав шумов определяется с помощью вариации Аллана. Оцененные источники шума вводятся в фильтр Калмана с помощью применения формирующего фильтра. Для того чтобы сформировать эту модель, различные типы шума необходимо выразить в виде дифференциальных уравнений. В статье приведены используемые стохастические модели шумовых составляющих сигнала (шум квантования, случайное блуждание нуля, фликкер-шум, шум ухода, белый шум). Детально описан алгоритм оптимальной калмановской фильтрации для калибровки инерциальных датчиков. Расширенный фильтр Калмана был применен для калибровки блока акселерометров, это дало выигрыш в скорости сходимости калибровочных коэффициентов, при абсолютной погрешности на уровне шумов АЦП.*

**Ключевые слова:** *калибровка, вариация Аллана, фильтр Калмана, инерциальный датчик.*

#### **Введение**

В современной литературе вопросам калибровки посвящено множество работ, в которых предложены разнообразные алгоритмы и методики определения калибровочных параметров [1]. Все эти работы используют только детерминированную модель сигнала и не учитывают случайной составляющей сигнала. В данной статье предлагается учитывать стохастические характеристики сигналов

для улучшения процесса калибровки. Ошибки инерциальных датчиков делятся на детерминированные и случайные. Детерминированные ошибки описываются математической моделью, которая связывает входные сигналы датчика с выходными. В свою очередь, случайные ошибки инерциальных датчиков представляют собой сумму из нескольких основных «цветных шумов», таких как шум квантования, белый шум, нестабильность нуля, шум случайного блуждания или случайный уход. В соответствии с [2], использование спектральной плотности мощности и вариации Аллана являются предпочтительными методами идентификации характеристик стохастических ошибок. Все или некоторые из них могут присутствовать в выходных сигналах инерциальных датчиков. Состав шумов определяют с помощью анализа данных измерений, рассчитывая вариации Аллана. Согласно этому методу оценивается величина ковариации каждого источника шума. Оцененные источники шума являются моделью для формы переменной состояния. Эти шумы с помощью применения формирующего фильтра вводятся в фильтр Калмана (ФК).

### **Постановка задачи**

Для калибровки стохастических погрешностей с помощью расширенного фильтра Калмана они сначала должны быть объединены в единую калибровочную модель. Для того, чтобы сформировать эту модель, различные типы шума необходимо выразить через их спектральные плотности мощностей (СПМ) и записать в виде дифференциальных уравнений. Вариация Аллана вычисляется следующим образом [3]:

$$\sigma_A^2(\tau_M) = \frac{1}{2} \left\langle \left[ \bar{\omega}_{k+1}(M) - \bar{\omega}_k(M) \right]^2 \right\rangle \cong \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} \left( \bar{\omega}_{k+1}(M) - \bar{\omega}_k(M) \right)^2, \quad (1)$$

где  $\bar{\omega}_k(M) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \omega_{ki}$ , ( $k=1...K$ ) – среднее для каждого кластера ( $k=1...K$ ,  $K=N/M$ );  $\omega_{ki}$  – набор из  $N$  точек, полученных при постоянных интервалах времени  $\tau_0$ ,  $M$  – число выборок в кластере,  $\tau_M = M\tau_0$  – время корреляции.

Типы шумов [3] и соответствующие им выражения для вариации Аллана, СПМ, а также наклоны на графике ВА в логарифмическом масштабе приведены в табл. 1.

Как правило, случайный процесс формируется путем прохождения единичного белого шума через формирующий фильтр [3]:

$$S_x(\omega) = |G(j\omega)|^2, \quad (2)$$

где  $S_x(\omega)$  – это СПМ стохастического процесса  $x$ ;  $G(j\omega)$  – передаточная функция формирующего фильтра;  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота ( $f = 1/T$ ).

Дифференциальное уравнение, описывающее шум квантования, имеет вид [4]:

$$d_{qn}(t) = Q\sqrt{T}i(t), \quad (3)$$

где  $u(t)$  – это единичный белый шум.

Таблица 1. Связи между вариацией Аллана, спектральной плотностью мощности и источниками шума

Тип шума	ВА ( $\sigma^2(\tau)$ )	Параметр шума	СПМ ( $S(f)$ )	Наклон на графике, (дб/дек)
шум квантования	$3Q^2/\tau^2$	$Q$	$(2\pi f)^2 Q^2 T$	-1
случайное блуждание по скорости/углу	$N^2/\tau$	$N$	$N^2$	-1/2
фликкер-шум	$2B^2 \ln 2/\pi$	$B$	$(B^2/2\pi) \cdot 1/f$	0
случайное блуждание по угловой скорости/ускорению	$K^2\tau/3$	$K$	$(K/2\pi)^2 \cdot 1/f^2$	+1/2
шум ухода	$R^2\tau^2/2$	$R$	$R^2/(2\pi f)^3$	+1

Дифференциальное уравнение, описывающее случайное блуждание по угловой скорости и ускорению, можно записать следующим образом:

$$\dot{d}_{rw}(t) = Ku(t). \quad (4)$$

Для аппроксимации фликкер-шума используется гауссо-марковский процесс первого порядка:

$$\dot{d}_{fn}(t) + \beta d_{fn}(t) = \beta Bu(t), \quad (5)$$

где  $\beta$  – обратное время корреляции, которое нужно определить;  $B$  – параметр фликкер-шума, приведенный в табл.1. Дифференциальные уравнения шума ухода включаемые в калибровочную модель с ФК имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \dot{d}_{rr} = v_2, \\ \dot{v}_2 &= \ddot{d}_{rr} = -\sqrt{2}\omega_0 v_2 - \omega_0^2 v_1 + Ru(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $R$  – параметр шума ухода, приведенный в табл.1;  $\omega_0$  – частота собственных незатухающих колебаний системы второго порядка.

Случайное блуждание по угловой скорости/ускорению, фликкер-шум и шум ухода могут, как одновременно присутствовать в датчике, так и отсутствовать совсем. Это определяется с помощью анализа вариации Аллана.

### Методика исследований

Практические работы по исследованию эффективности применения фильтра Калмана проводились применительно к блоку акселерометров (БА). Сначала БА устанавливался на предварительно отгоризонтированной базовой площадке опти-

ческой делительной головки, затем производилась серия тестовых поворотов.

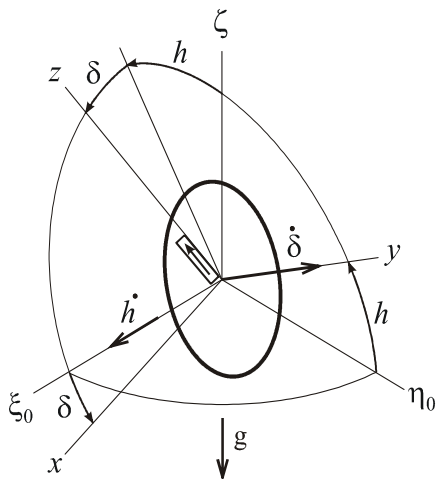


Рис.1. Углы поворота блока акселерометров

В ходе этих поворотов БА последовательно занимал положения в сагиттальной плоскости (угол  $\delta$  на рис.1) от  $0^\circ$  до  $350^\circ$  с шагом  $10^\circ$  и во фронтальной плоскости (угол  $h$  на рис.1) от  $0^\circ$  до  $80^\circ$  с таким же шагом.

После выполнения процедуры съема данных во всех выше указанных положениях был сформирован массив выходных напряжений БА, состоящий из 324 точек данных для каждого из 3 акселерометров измеряющих проекции вектора  $\vec{g}$  на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .

Уравнение состояния линейной модели исследуемой системы выглядит следующим образом:

$$\dot{\bar{x}} = \mathbf{A} \cdot \bar{x} + \mathbf{B} \cdot \bar{u} + \mathbf{G} \cdot \bar{w}, \quad (9)$$

где  $\bar{x}$  – вектор состояния системы ( $8 \times 1$ ),  $\mathbf{A}$  – матрица состояния системы ( $8 \times 8$ ),  $\mathbf{G}$  – матрица случайных воздействий,  $\bar{w}$  – вектор случайных воздействий, матрица управления  $\mathbf{B}$  и вектор управления  $\bar{u}$  равны 0 (отсутствуют).

Уравнение измерения акселерометра согласно принятой модели ошибок записывается следующим образом [5]:

$$Ux = K_{xx} \cdot a_x + K_{xy} \cdot a_y + K_{xz} \cdot a_z + Ux_0 + V, \quad (10)$$

где  $Ux$  – значение выходного сигнала в размерности напряжения,  $a_x, a_y, a_z$  – кажущиеся ускорения, действующие по осям чувствительности,  $K_{xx}, K_{xy}, K_{xz}$  – коэффициенты передачи,  $Ux_0$  – нулевой сигнал акселерометра,  $V$  – шум измерения.

Базовой математической модели датчика соответствует вектор состояния, содержащий калибровочные коэффициенты и смещение нуля:

$$X = [K_{xx} \ K_{xy} \ K_{xz} \ Ux_0]^T. \quad (11)$$

Положим, что калибровочные коэффициенты не постоянны, а медленно меняющиеся во времени по закону  $\dot{K}_{xx} = w_1(t)$ ,  $\dot{K}_{xy} = w_2(t)$ ,  $\dot{K}_{xz} = w_3(t)$ ,  $\dot{Ux}_0 = w_4(t)$ , где  $w_1(t)$  – белые шумы. Дискретная форма уравнений состояния системы для базовой математической модели в матричном виде записывается как:

$$\begin{bmatrix} K_{xx}(k+1) \\ K_{xy}(k+1) \\ K_{xz}(k+1) \\ Ux_0(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{xx}(k) \\ K_{xy}(k) \\ K_{xz}(k) \\ Ux_0(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \\ w_4(k) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Базовую математическую модель системы необходимо дополнить моделями

шумов измерений, описанных в предыдущем разделе. Расширенные для использования в алгоритме фильтра Калмана векторы системы  $\dot{\bar{x}}$  и  $\bar{x}$ , а также матрицы **A** и **G** имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{K}_{xx} & \dot{K}_{xy} & \dot{K}_{xz} & \dot{U}x_0 & \dot{d}_{fn} & \dot{d}_{rw} & \dot{v}_1 & \dot{v}_2 \end{bmatrix}^T, \\ \bar{x} &= \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} & Ux_0 & d_{fn} & d_{rw} & v_1 & v_2 \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2}\omega_0 \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \cdot B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

Измеряемая информация определяется следующим уравнением:

$$\bar{z} = H \cdot \bar{x} + \bar{v}, \quad (14)$$

где  $\bar{z}$  – вектор измерений, для данной поставленной задачи  $\bar{z} = Ux$ ,  $H = [a_x \ a_y \ a_z \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$  – матрица измерения (1×8).

В дискретном фильтре Калмана непрерывной динамической системе (9) и измерениям (14) соответствует записанная в разностной форме дискретная система и дискретные измерения [5]:

$$\bar{x}_{k+1} = A_k \cdot \bar{x}_k + G_k \cdot \bar{w}_k; \quad (15)$$

$$\bar{z}_k = H_k \cdot \bar{x}_k + \bar{v}_k, \quad (16)$$

где подстрочные индексы « $k$ » и « $k+1$ » указывают индекс дискретного момента времени  $t_k$  и  $t_{k+1}$ ; шаг дискретизации  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ .

Алгоритм фильтра Калмана для калибровки инерциальных датчиков в общем виде имеет вид:

- 1)  $\hat{X}_{k+1/k} = A \cdot \hat{X}_k$  – предсказание оценки  $\hat{X}_{k+1}$ ;
- 2)  $P_{k+1/k} = A \cdot P_k \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G^T$  – матрица дисперсий ошибок предсказания;
- 3)  $K_{k+1} = P_{k+1/k} \cdot H^T \cdot [H \cdot P_{k+1/k} \cdot H^T + R]^{-1}$  – оптимальный коэффициент усиления;
- 4)  $P_{k+1} = P_{k+1/k} - K_{k+1} \cdot H \cdot P_{k+1/k}$  – матрица дисперсий ошибок оценивания;
- 5)  $\hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \cdot [Z_{k+1} - H \cdot X_{k+1/k}]$  – оценка измерений.

$R$  – дисперсия шума измерений  $V$ ,  $Q$  – диагональная матрица дисперсий входных шумов  $w_1 \dots w_4$  размерностью (8×8):

Оценка измерений проводится по формуле:

$$\hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \cdot [Z_{k+1} - H \cdot X_{k+1/k}], \quad (17)$$

где  $\hat{X}_{k+1/k} = A \cdot \hat{X}_k$  – предсказание оценки  $\hat{X}_{k+1}$ .

### Обсуждение полученных результатов исследований

Проведенные эксперименты показали высокую точность калибровки по расширенной модели с ФК (на уровне пакетного метода наименьших квадратов (МНК)). Применение модели дало выигрыш в 4 раза в скорости сходимости оценок калибровочных коэффициентов по сравнению с рекуррентным МНК. Графики, отображающие сходимость калибровочных коэффициентов для сигнала акселерометра, измеряющего проекцию  $g$  на ось  $Ox$ , представлены на рис. 2, рис. 3.

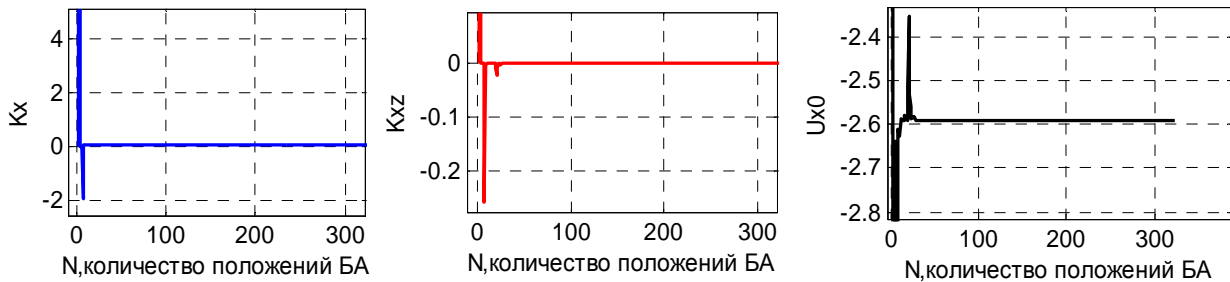


Рис. 2. Графики, отображающие сходимость определения калибровочных коэффициентов в зависимости от количества положений блока акселерометров

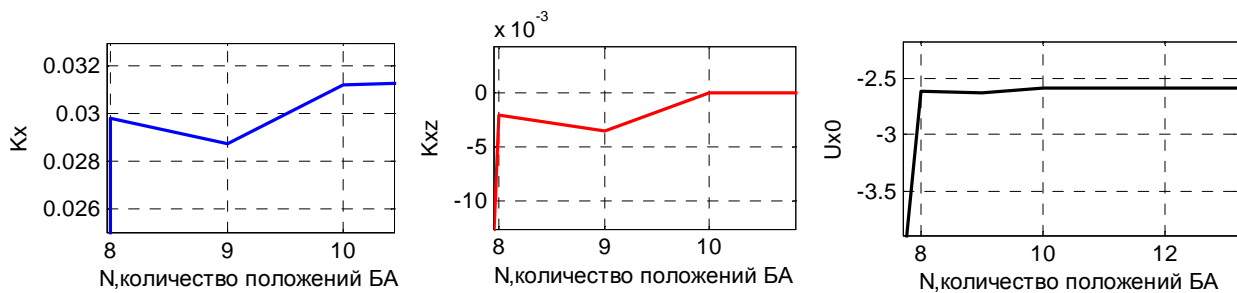


Рис.3. Скорость сходимости определения калибровочных коэффициентов в зависимости от количества положений БА

Численные значения масштабных коэффициентов, коэффициентов перекрёстных связей и нулевых сигналов представлены ниже:

$$K_x=0.032002 \text{ В/г}, K_{xy}=-0.0017435 \text{ В/г}, K_{xz}=7.4811 \cdot 10^{-5} \text{ В/г}, U_{x0}=-2.5865 \text{ В};$$

$$K_y=0.031399 \text{ В/г}, K_{yx}=0.0022174 \text{ В/г}, K_{yz}=0.00016485 \text{ В/г}, U_{y0}=-2.4363 \text{ В};$$

$$K_z=-0.032812 \text{ В/г}, K_{zx}=-0.00033471 \text{ В/г}, K_{zy}=-0.0017407 \text{ В/г}, U_{z0}=-2.3423 \text{ В};$$

Абсолютная погрешность (см. рис. 4) определения ускорений находится на уровне  $0.2 \text{ м/с}^2$  при оцифровке сигнала 12 битным АЦП, собственный уровень шума которого составляет  $0.11 \text{ м/с}^2$ .

### Выводы

- Описанный метод идентификации структуры шумов с помощью вариации Аллана позволяет определять параметры шума выходных сигналов инерциальных датчиков.
- Разработка расширенного фильтра Калмана с учетом унифицированной

калибровочної моделі, которая включает в себя четыре типа шума: фликкер-шум, случайное блуждание по скорости/углу, случайное блуждание по угловой скорости/ускорению, а так же шум ухода, позволила полностью учесть структуру выходного сигнала.

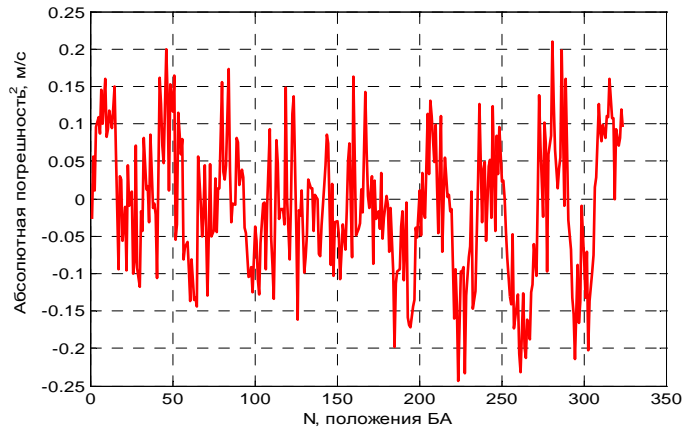


Рис. 4. Абсолютная погрешность измерения ускорений

- Применение расширенного фильтра Калмана дает выигрыш в скорости сходимости оценок калибровочных коэффициентов и точностных показателях на уровне пакетного МНК.

- Расширенная калибровочная модель инерциальных датчиков улучшает производительность фильтра Калмана.

- Разработанный алгоритм имеет высокую чувствительность к заданию параметров шумов и учету их влияния на коэффициенты перекрестных связей.

Особенностью разработанного алгоритма калибровки является использование в нем различных характеристик типов шумов, которые необходимо получать путем анализа вариации Аллана. Сложности, которые при этом возникают, связаны с определением этих характеристик при одновременном присутствии нескольких типов шумов, среди которых один является доминирующим. В дальнейшем необходимо применить разработанную методику калибровки к датчикам более высокой точности и исследовать их шумовые параметры с целью определения типов шумов, которые оказывают наибольшее влияние на результирующую погрешность.

#### Литература

1. Songlai H., Jinling W., Nathan K. Using allan variance to determine the calibration model of inertial sensors for GPS/INS integration. 6th International Symposium on Mobile Mapping Technology, PresidentePrudente, São Paulo, Brazil, July 21-24, 2009.
2. IEEE STD 952, 1997, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, pp. 62-73.
3. IEEE STD 647, 2006, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros, pp. 68-80.
4. Brown, R.G., Hwang, Patrick Y.C., 1997, Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with Matlab Exercises and Solutions, John Wiley & Sons, New York, pp. 105-111, 299-304.

5. Мелешко В.В. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: Учебн. пособ. / В.В. Мелешко, О.И. Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД-Сервис, 2011. – 172 с.

*Надійшла до редакції  
17 квітня 2012 року*

©Костюк А. Ю., Лакоза С. Л., 2012

УДК 629.1.05

## АЛГОРИТМЫ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНО–СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

*Мелешко В. В., Негода С. С.*

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина*

*Рассмотрены ошибки интегрированных навигационных систем на базе инерциальной платформы и спутниковой навигационной системы. Рассматриваются ошибки интегрированной системы в установившемся режиме, время, затраченное на моделирование. В алгоритмах использованы фильтры первого и второго порядка, а также фильтр Калмана. Показано, что фильтр Калмана дает немного лучшую точность по отдельным параметрам, но требует больших вычислительных затрат. Рассмотрены как разомкнутый, так и замкнутый алгоритм интегрирования. Показаны преимущества замкнутой системы.*

*Ключевые слова: интегрированная система, алгоритмы интегрирования, фильтр.*

### **Вступление**

Несмотря на значительный прогресс в развитии как спутниковых, так и инерциальных средств навигации, в настоящее время широкое распространение получают интегрированные системы, основанные на комплексном использовании данных, вырабатываемых спутниковыми и инерциальными средствами.

Комплексное использование заключается в построении таких алгоритмов, с помощью которых обеспечивается максимальная точность определения основных навигационных параметров – координат, скорости и углов ориентации. Поскольку исходная измерительная информация в интегрированных системах, как правило, избыточна, роль этих алгоритмов в них весьма значительна.

Совершенствование интегрированных систем в настоящее время осуществляется как за счет использования современной аппаратуры потребителя (АП) спутниковой информации и получающих широкое распространение дешевых инерциальных измерителей, так и за счет совершенствования алгоритмов комплексной обработки всей имеющейся информации. В работах [1, 2] предлагается решение задачи обработки навигационных измерений с учетом дополнительного демпфирования ошибок навигационных параметров. В то же время отсутствует сравнение возможных алгоритмов интегрирования (комплексирования).

В настоящей статье рассматриваются алгоритмы интегрирования инерциальной навигационной системы (ИНС) и спутниковой навигационной системы (СНС), реализуемые в разомкнутой и замкнутой схемах с учетом возможного демпфирования ошибок. Проводится анализ алгоритмов интегрирования по