

УДК 621.375

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КОРИОЛИСОВА ВИБРАЦИОННОГО ГИРОСКОПА

*Бакалор Т.О., Бондарь П.М., Национальный технический университет Украины
“Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина*

В данной работе исследовано влияние основных геометрических параметров на собственную частоту чувствительного элемента (ЧЭ) кориолисова вибрационного гироскопа (КВГ). Подтверждена точность выбранной математической модели. Даны рекомендации о целесообразности использования теоретических зависимостей при расчете собственных частот КВГ

Вступление. Постановка задачи.

Волновые инерциальные датчики средней точности становятся все более востребованными устройствами в современной технике. Волновые твердотельные гироскопы (ВТГ), к классу которых можно причислить и КВГ, находят все более широкое применение в области инерциальной датчиковой аппаратуры, навигационного приборостроения, инклинометрии и т.д.

Резонатор КВГ выполнен в виде металлической оболочки цилиндрической формы. На дне цилиндра, жестко заземленного в центре, расположена пьезокерамическая система позиционного возбуждения колебаний. При действии системы позиционного возбуждения (работающей на основе обратного пьезоэлектрического эффекта) в дне возникают изгибные колебания, которые передаются на рабочую кромку резонатора (цилиндрическую оболочку), тем самым генерируя так называемую стоячую волну, являющуюся источником инерциальной информации вращающегося объекта.

При проектировании такой сложной динамической системы как КВГ, в первую очередь необходимо выбрать собственные частоты резонатора таким образом, чтобы исключить нежелательные резонансные эффекты.

Так, в работах [1, 2] приведено определение собственных частот кварцевых полусферических резонаторов с различными конструкциями крепления - со сквозной ножкой [3] и консольной [4], с помощью приближенных аналитических методов и численным методом конечных элементов (МКЭ). Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными.

Возможность применения аналитического метода [1, 2] обусловлено относительной простотой конструкции резонатора, что позволяло разбить конструкцию на элементарные части – полусферу и цилиндр. При этом аналитический метод [1] давал значительные погрешности при определении частот, что экспериментально подтверждалось [2]. В то же время МКЭ обеспечивал удовлетворительные результаты.

К резонатору более сложной конструкции, каким является КВГ, разбиение на элементарные части едва ли возможно ввиду специфики конструкции схемы возбуждения колебаний, расположенной на дне. Поэтому приближенные

аналитические методы расчета являются практически нереализуемыми и единственным вариантом расчета является МКЭ. Подобная задача в настоящее время не нашла своего отражения в специализированных источниках по теории волновых гироскопических датчиков.

Поэтому актуальной становится задача исследования влияния основных конструктивных параметров резонатора КВГ на его собственные частоты.

Основная часть

Ввиду особенностей построения системы возбуждения колебаний и ее расположения рабочей областью резонатора КВГ является цилиндрическая оболочка, причем ее отношение высоты к диаметру из конструктивных соображений обычно не превышает 0,75. Именно этот параметр выберем в качестве основного.

Для определения предварительной точности результатов математического моделирования МКЭ были проведено сравнение полученных значений рабочей частоты цилиндра с теоретическими.

Наилучшим образом для расчета собственной частоты с учетом высоты подходит выражение в радикалах [5]:

$$\omega_0 = \frac{2s(s^2 - 1)}{\sqrt{s^2 + 1}} \frac{a}{r^2 \sqrt{3\rho}} \sqrt{\frac{1 + \frac{3r^2}{s^2 h^2} \frac{m+n}{m}}{1 + \frac{3r^2}{s^2 (s^2 + 1)}}} \quad (1)$$

где s – номер моды колебаний, m и n – упругие постоянные в обозначениях Томсона и Тетта, $2a$ – толщина оболочки, $2h$ – высота цилиндра, E – модуль юнга первого рода, r – радиус срединной поверхности, ρ – плотность материала.

Результаты моделирования отображены на рис. 1. Соотношение высоты к диаметру варьировалась от 0,41 до 0,75. Графическая зависимость показывает, что при $h/d = 0,2$ теоретическое (с учетом высоты) и численное значение частот совпадают с достаточной точностью – относительная величина расхождения не превышает $\delta = 12\%$, а при $h/d = 0,41$ $\delta = 4,5\%$. Для рассматриваемого реального резонатора максимальное соотношение $h/d = 0,75$ при $\delta < 0,02\%$ данная величина погрешности подтверждает точность математической модели.

Более простой и наиболее часто приводимой при упрощенных расчетах собственных частот резонатора ВТГ является формула, приводимая в [3, 4] для тонкого растяжимого кольца:

$$\omega_0 = \frac{s(s^2 - 1)}{2\sqrt{s^2 + 1}} \frac{a}{r^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1 - \mu^2)}}, \quad (2)$$

где s – номер моды колебаний, $2a$ – толщина оболочки, E – модуль Юнга первого рода, r – радиус срединной поверхности, ρ – плотность материала.

Зависимость собственной частоты от геометрических параметров цилиндра

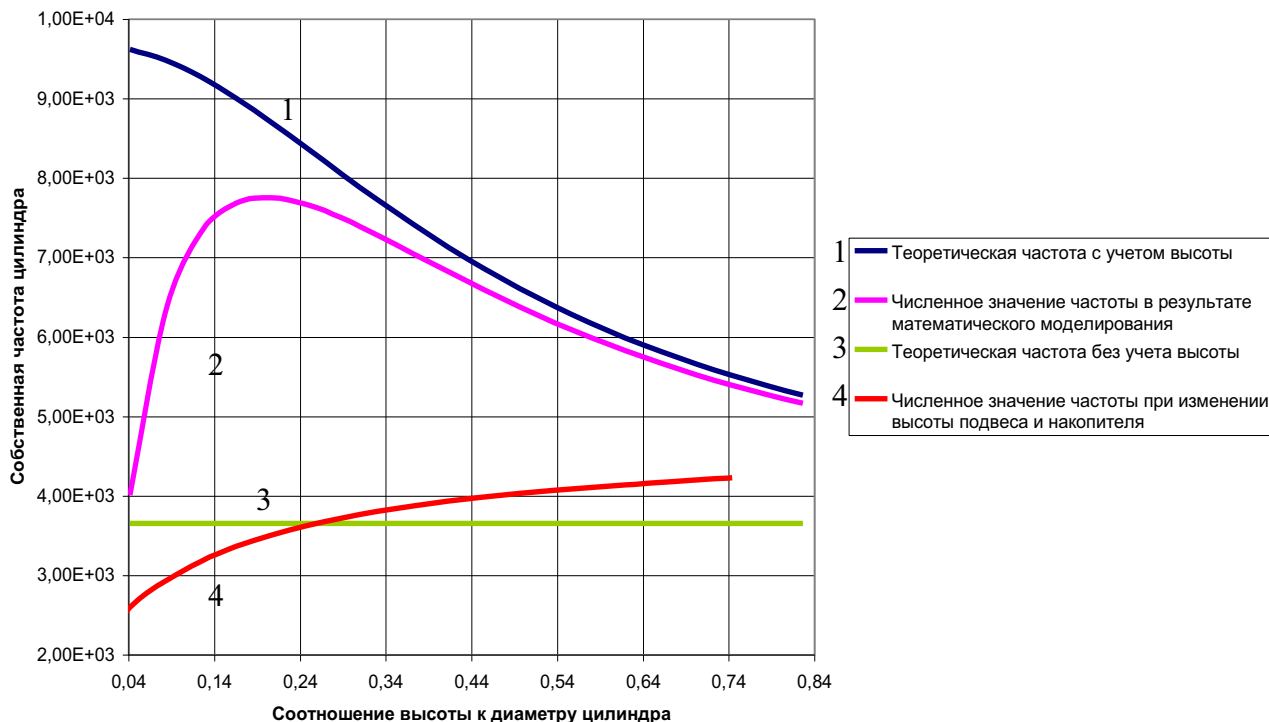


Рисунок 1 – Зависимость собственной частоты от геометрических параметров цилиндра

Из [5, 6] следует, что применение формулы (2) тем точнее дает результат, чем больше соотношение высоты к диаметру цилиндра, то есть в случае длинной трубы.

Как видно из рис. 1, при достаточно большом соотношении h/d можно пренебрегать высотой, однако, как и предполагалось, в диапазоне $0,41 \leq h/d \leq 0,75$ различия между частотой, найденной из формулы без учета высоты и результатами моделирования более чем существенны.

На рис. 1 приведены результаты моделирования частот реальной конструкции резонатора с учетом всех геометрических особенностей, при варьировании высотой цилиндра. В области соотношения высоты к диаметру 0,25 видно совпадение частот полученных по формуле (1) и при помощи МКЭ, что дает право рекомендовать использование формулы (1) для расчета частот резонаторов КВГ при соотношении высоты к диаметру в области 0,25.

Выводы

1. При расчете собственной частоты резонатора КВГ необходимо использовать численные методы, реализующие МКЭ.

2. В области значения соотношения высоты к радиусу, равному 0,25, можно с достаточной точностью пользоваться для расчета собственных частот выражением (2).

3. Для расчета частот труб при соотношении $h/d = 0,41$ и большем можно с достаточной точностью использовать выражение (1).

Дальнейшей перспективой описанных исследований является построение экспериментальной установки и проведения на ней эксперимента по определению собственных частот КВГ.

Литература

1. Киреенков А.А. Алгоритм расчета собственной частоты волнового твердотельного гироскопа. // Механика твердого тела. – 1998. – № 4. – С. 23–29.
2. Лунин Б.С., Шаталов М.Ю. Исследование низкочастотного спектра полусферических резонаторов вибрационных гироскопов // Гироскопия и навигация. – 2000. – № 1 (28). – С. 235–243.
3. Матвеев В.А., Липатников В.И., Алёхин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. – М.: МГТУ, 1998. – 168 с.
4. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. – М.: Наука, 1985. – 128 с.
5. Стретт Дж. В. (лорд Релей). Теория звука. Т. 1. – М.: ГИТЛ, 1955. – 504 с.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Государственное издательство физико–математической литературы, 1959. – 440 с.

Бакалор Т.О., Бондар П.М. Визначення робочої частоти коливань коріолісова вібраційного гіроскопа.

В даній роботі досліджено вплив основних геометричних параметрів на власну частоту чутливого елемента (ЧЕ) коріолісова вібраційного гіроскопа (КВГ). Підтверджена точність обраної математичної моделі. Дані рекомендації про доцільність використання теоретичних залежностей при розрахунку власних частот КВГ.

Bakalor T.O., Bondar P.M. Definition of working frequency of fluctuations coriolis vibrating gyroscope.

In the given work influence of the basic geometrical parameters on own frequency of sensitive element coriolis vibrating gyroscope (CVG) is investigated. Accuracy of the chosen mathematical model is confirmed. Recommendations for expediency of use of theoretical dependences are given at calculation of own frequencies CVG.

*Надійшла до редакції
24 травня 2005 року*