

**Розділ 2.**  
**ПРИЛАДИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ КРЕНУ ТА**  
**ТАНГАЖУ**

**ЗМІСТ**

<b>ЛЕКЦІЯ 12.....</b>	<b>2</b>
2.1. ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК ЯК ВИМІРЮВАЧ ВЕРТИКАЛІ. ....	3
2.2. ГІРОСКОПІЧНИЙ МАЯТНИК .....	5
<b>ЛЕКЦІЯ 13.....</b>	<b>8</b>
2.3. ГІРОСКОПІЧНІ ВЕРТИКАЛІ З РАДІАЛЬНОЮ КОРЕКЦІЄЮ .....	8
2.3.1. Принципи побудови гіроскопічних вертикалей.....	8
<b>ЛЕКЦІЯ 14.....</b>	<b>12</b>
2.3.2. Похибки гіровертикалей з радіальною корекцією.....	12
<b>ЛЕКЦІЯ 15.....</b>	<b>20</b>
2.3.3. Гіровертикалі з інтегрально-позиційною корекцією.....	20
<b>ЛЕКЦІЯ 16.....</b>	<b>26</b>
2.4. ВИЗНАЧЕННЯ ВЕРТИКАЛІ НА КОСМІЧНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТАХ. .....	26

## ЛЕКЦІЯ 12.

Одним з найважливіших базових напрямків, що використовуються для орієнтації та навігації рухомих об'єктів, є напрямок вертикалі, відносно якої вимірюються кути нахилу основи.

За вертикаль місця домовились використовувати істинну вертикаль, напрямок якої співпадає з рівнодіючою напрямку прискорення сили ваги та доцентрового прискорення від добового обертання Землі. Висок або бульбашковий рівень на нерухомій основі вказують саме такий напрямок.

Якщо основа рухається відносно Землі, висок встановлюється згідно з напрямком рівнодіючої всіх прискорень, з якими рухається точка його підвісу. Напрямок такої рівнодіючої називають динамічною або уявною вертикаллю. Відхилення уявної вертикалі від істинної може досягати будь-яких значень.

При відсутності видимості орієнтирів пілот не в змозі визначити положення літака відносно площини горизонту за допомогою м'язових сприйнять, дотику або слуху, хоч на Землі в темній кімнаті людина може визначити своє положення з точністю  $1^0-2^0$ . В умовах польоту він визначає положення уявної вертикалі, тому не може відрізнити прямолінійний рух літака від інших видів руху. Доведено, що при русі в хмарах через 2...4 хвилини при ручному керуванні літак починає звершувати віраж з поступовим переходом в штопор. В той же час пілот буде вважати, що продовжує прямолінійний рух.

Необхідна точність визначення вертикалі на рухомій основі -  $1^{\circ}...2^{\circ}$  (для пілотування) та одиниці кутових хвилин при вирішенні навігаційних завдань або стабілізації вимірювальних пристроїв.

В даний час для вимірювання кутів крену та тангажу використовують фізичні маятники, триступеневі гіроскопи та комплексні системи, в яких здійснюється спільна обробка вище означених вимірювальних перетворювачів – маятника та гіроскопа.

Об'єднання двох вимірювачів вертикалі, що побудовані на різних фізичних принципах, - триступеневого гіроскопа та фізичного маятника, в одну комплексну систему дозволяє ліквідувати головні недоліки, притаманні окремим вимірювачам - схильність фізичного маятника до динамічних збурень, а також похибок триступеневого гіроскопа, що постійно накопичуються під дією збурюючих моментів та обертання Землі.

Відомі два основних варіанти поєднання гіроскопа та маятника для вирішення задачі визначення вертикалі - гіроскопічні маятники та гіроскопічні вертикалі з радіальною корекцією.

## 2.1. ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК ЯК ВИМІРЮВАЧ ВЕРТИКАЛІ.

Як було вказано, в умовах нерухокої відносно Землі основи напрямок вертикалі легко визначити за допомогою фізичного маятника. Існують такі конструкції висків, які спроможні визначити положення вертикалі з точністю до однієї кутової секунди.

На рухомій основі суттєву роль відіграють прискорення, що виникають в першу чергу при її хитавиці або обертанні. Маятник несуттєво збурюються силами інерції, якщо частота збурень значно більша за частоту його власних незгасаючих коливань. Таким чином, для забезпечення потрібної точності визначення вертикалі на рухомій основі треба забезпечити виконання умови  $\Omega_0 \ll \Omega_x$ , де  $\Omega_0$  - частота власних коливань маятника;  $\Omega_x$  - частота хитавиці основи.

Період власних коливань морських об'єктів відносно поздовжньої осі дорівнює 3...9 с, а відносно поперечної - 2...4 с. Навкруг нормальній осі власний коливальний рух у суден практично відсутній. Рискання суден являє собою вимушений коливальний рух з частотою хвилювання моря. Для літаків період власних коливань дорівнює 2...6 секунд.

Принципово можливо побудувати фізичний маятник з періодом власних коливань 30...40 с, що робить його "незбурюваним" для прискорень, властивих суднам та літкам. Дійсно, динаміка малих коливань фізичного маятника відображається рівнянням (рис. 2.1):

$$I_o \ddot{\beta} + f \dot{\beta} + mgl\beta = M(t), \tag{2.1}$$

де  $M(t)$  - збурення, що діють на маятник (моменти сил інерції, сил тертя та ін.);  $l$  - відстань між центром мас маятника та точкою підвісу.

Період власних незгасаючих коливань в загальному випадку дорівнює:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgl}}. \tag{2.2}$$

Момент інерції  $I_o$  маятника згідно з теоремою Штейнера запишемо у вигляді  $I_o = I_c + ml^2$ , де  $I_c$  - момент інерції відносно осі, що перетинає центр мас (тобто головної центральної осі). Для математичного маятника  $ml^2 \gg I_c$ . Якщо відкинути в формулі (2.2) першу складову моменту інерції, одержимо відому формулу математичного маятника

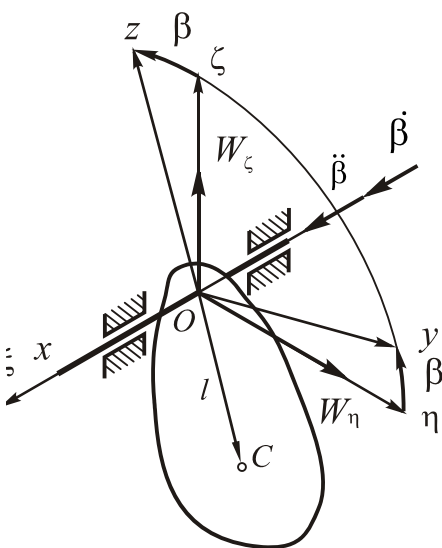


Рис. 2.1

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2.3)$$

З одержаної формули випливає, що з метою збільшення періоду власних коливань потрібно збільшувати довжину  $l$  математичного маятника. Для забезпечення бажаного періоду власних коливань (наприклад, 40 с), довжина маятника повинна бути не менше 200 метрів. Маятник такої довжини встановити на рухомій основі просто неможливо.

Якщо відстань  $l$  настільки мала, що виконується нерівність  $ml^2 < I_c$ , можна в формулі (2.2) відкинути вже другу складову моменту інерції і отримати такий вираз для періоду власних коливань

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_c}{mgl}}. \quad (2.4)$$

Згідно з цим виразом потрібний період власних коливань можна одержати за рахунок зменшення відстані  $l$ . Однак в технічному плані ця можливість уявна.

Доведемо це за допомогою такого прикладу. Використаємо для побудови фізичного маятника диск масою  $m$  та радіусом  $R$  (рис. 2.2), точку  $O$  підвісу якого змістимо відносно центру мас  $C$  на відстань  $l$ . Визначимо спочатку потрібну величину  $l$ , що забезпечує період власних коливань  $T_0=30$ с.

Осьовий момент інерції диску дорівнює  $I_c = \frac{mR^2}{2}$ . В такому разі період власних коливань фізичного маятника буде дорівнювати

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{mR^2}{2mgl}} = \frac{2\pi R}{\sqrt{2gl}},$$

а потрібна відстань  $l = \frac{2\pi^2 R^2}{gT_0^2}$ .

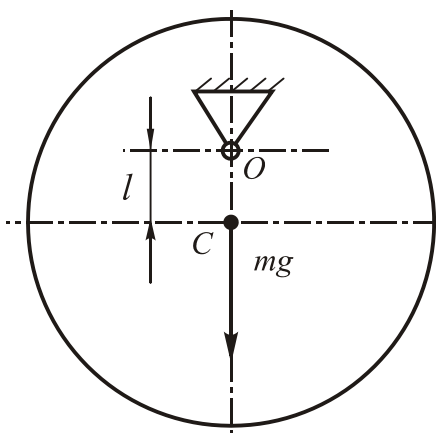


Рис. 2.2

Якщо прийняти радіус  $R = 0,5$  м, одержимо

$$l = \frac{2 \cdot (3,14)^2 \cdot (0,5)^2}{9,8 \cdot (30)^2} \approx 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ м} \approx 1 \text{ мм}.$$

Такий малій відстані відповідає дуже малий питомий встановлюючий момент  $mgl$  маятника, що при наявності збурюючих моментів  $M(t)$  може призвести до появи значних похибок в визначенні вертикалі.

Якщо момент  $M(t)$  являє собою момент сил сухого тертя в опорах підвісу, то його можна вважати сталим при русі маятника до положення рів-

новаги. Такий момент викличе похибку вимірювання вертикалі у вигляді зони застою

$$\Delta\varphi_3 = \pm \frac{M_T}{mgl} \quad (2.5)$$

Для забезпечення зони застою в границях  $\pm 1^\circ = \pm 0,017$  рад при масі диску  $m=61$  кг (цю масу має диск товщиною 1 см, виготовлений з сталі) допустимий момент тертя повинен бути не більше ніж

$$M_T \leq 61 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,017 = 1,02 \cdot 10^{-2} \text{ Н}\cdot\text{м} \approx 100 \text{ Г}\cdot\text{см}.$$

Технічно забезпечити такий малий момент тертя (нагадаємо, що маса диску дорівнює 61 кг) дуже важко.

З вищесказаного можна зробити висновок, що фізичний маятник в якості вимірювача вертикалі у “чистому” вигляді для більшості рухомих об’єктів є неприйнятним.

## 2.2. ГІРОСКОПІЧНИЙ МАЯТНИК

Гіроскопічний маятник, або скорочено ГМ, являє собою тристепеневий гіроскоп (рис. 2.3) з вертикально розміщеною головною віссю, центр мас якого зміщений униз вздовж осі обертання ротора, тобто об’єднує два вимірювача вертикалі за допомогою жорсткого кінематичного зв’язку.

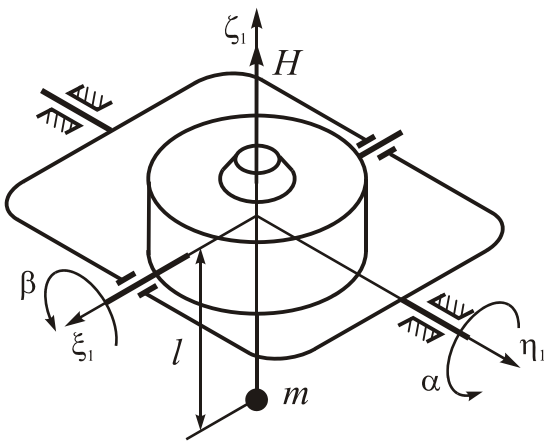


Рис. 2.3

Розглянемо деякі особливості поведінки ГМ. При відхиленні головної осі від вертикалі, наприклад, на кут  $\alpha$  відносно зовнішньої осі підвісу навкруг тієї ж осі починає діяти маятниковий момент  $M_\eta = -mgl \sin \alpha$ , який викличе прецесійний рух відносно внутрішньої осі підвісу з кутовою швидкістю  $\dot{\beta}_{np} \approx \frac{mgl}{H} \cdot \alpha$ . Такий рух викликає появу маятникового моменту  $mgl\beta$ , прикладеного відносно внутрішньої осі підвісу. Він в свою чергу викликає прецесійний рух навкруг зовнішньої осі з ку-

товою швидкістю  $\dot{\alpha}_{np} \approx -\frac{mgl}{H} \cdot \beta$ .

В такому разі кутова швидкість повороту головної осі в інерціальному просторі відносно зовнішньої осі підвісу буде складати

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{np} - U_\eta = -\frac{mgl}{H} \cdot \beta - U_\eta, \quad (2.6)$$

а відносно внутрішньої осі підвісу

$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_{np} - U_{\xi} = \frac{mgl}{H} \cdot \alpha - U_{\xi}, \quad (2.7)$$

де складові переносної кутової швидкості основи  $U_{\xi}$  та  $U_{\eta}$  визначаються формулами (1.21а-б).

Якщо ввести позначення  $\omega_0 = \frac{mgl}{H}$  - частота власних коливань, рівняння руху ГМ будуть мати вигляд

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_0 \beta = -U_{\eta}; \\ \dot{\beta} - \omega_0 \alpha = -U_{\xi}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Згідно з цими рівняннями головна вісь ГМ здійснює рух з частотою  $\omega_0$  відносно положення динамічної рівноваги з координатами  $\alpha^*, \beta^*$ . Положення динамічної рівноваги в разі нерухомої відносно Землі основи визначається рівностями

$$\alpha^* = \frac{H}{mgl} U_{\xi} = \frac{U_{\xi}}{\omega_0}; \quad \beta^* = -\frac{H}{mgl} U_{\eta} = -\frac{U_{\eta}}{\omega_0} \quad (2.9)$$

Якщо зовнішня вісь ГМ спрямована вздовж полуденної лінії, то головна вісь в стані динамічної рівноваги буде відхилена від вертикалі на кути

$$\alpha^* = 0; \quad \beta^* = -\frac{\omega_3 \cos \varphi_{\Gamma}}{\omega_0} = -\frac{H \omega_3 \cos \varphi_{\Gamma}}{mgl}. \quad (2.10)$$

Інакше кажучи, нерухомий відносно Землі ГМ відхиляється від вертикалі тільки в площині географічного меридіану.

Якщо ГМ з періодом власних коливань  $T_0 = 40$ с. встановити на широті м. Києва, це відхилення буде дорівнювати

$$\beta^* = -\frac{7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,629 \cdot 40}{6,28} = -2,92 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1 \text{ кут. хв.}$$

Якщо ж період  $T_0$  дорівнюватиме періоду Шулера (84,4 хв.), то це відхилення збільшиться майже до  $2^\circ$ .

Розглянемо фізичну сутність існування такого відхилення. В стані динамічної рівноваги головна вісь ГМ обертається в інерціальному просторі з кутовою швидкістю  $\omega_3$  географічної системи координат. Для того, щоб змусити її обертатися в такій системі, до гіроскопу потрібно прикласти зовнішній момент відносно осі, що одночасно перпендикулярна вектору кінетичного моменту  $\vec{H}$  та вектору  $\vec{\omega}_3$  обертання географічної системи координат, тобто створити момент  $\vec{M} = \vec{\omega}_3 \times \vec{H}$ .

Такий зовнішній момент може бути створений в ГМ тільки силою ваги за умови відхилення головної осі гіроскопу від вертикалі. В стані рівноваги він дорівнюватиме:  $\vec{M} = m\vec{l} \times \vec{g}$ .

Для того, щоб обидва моменти дорівнювали один одному, необхідно, щоб усі чотири вектори  $\vec{\omega}_3, \vec{H}, \vec{l}, \vec{g}$  були розміщені в одній площині. Оскільки вектори  $\vec{H}$  та  $\vec{l}$  колінеарні, то з одержаної умови випливає, що в стані рівноваги головна вісь гіроскопу завжди буде знаходитись в вертикальній площині, що містить в собі вектор кутової швидкості обертання географічної системи координат. В даному разі це буде площина географічного меридіану. При цьому буде виконуватись співвідношення

$$\omega_3 \cdot H \sin(\vec{\omega}_3, \vec{H}) = mgl \sin(\vec{l}, \vec{g}),$$

або з урахуванням значень кутів

$$\sin \beta^* = - \frac{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{mgl},$$

що співпадає з одержаною раніше формулою (2.10).

На основі аналізу рівнянь руху ГМ розглянемо більш детально рух його головної осі відносно стану динамічної рівноваги.

Розв'язок рівнянь (2.8) за початкових умов  $\alpha(0) = \alpha_0; \beta(0) = 0$  має вигляд:

$$\alpha = (\alpha_0 - \alpha^*) \cos \omega_0 t + \alpha^*; \beta = -(\alpha_0 - \alpha^*) \sin \omega_0 t + \beta^*.$$

Після піднесення в квадрат та складання розв'язків одержимо

$$(\alpha - \alpha^*)^2 + (\beta - \beta^*)^2 = (\alpha_0 - \alpha^*)^2. \tag{2.11}$$

Таким чином, траєкторія руху головної осі являє собою коло з радіусом  $R = \alpha_0 - \alpha^*$ , координати центру якого відповідають стану динамічної рівноваги.

При наявності моментів сил тертя коливання головної осі будуть згасаючими, а траєкторія руху в такому разі буде являти спіраль, що сходиться до точки  $\alpha^*, \beta^*$  (рис. 2.4), тобто не є найкоротшим шляхом до положення динамічної рівноваги.

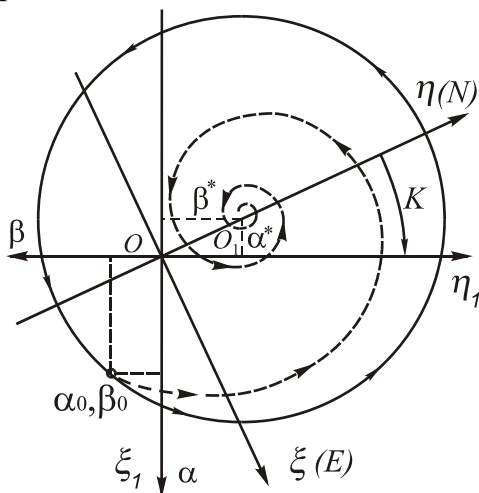


Рис. 2.4

Як бачимо, поведінка ГМ, встановленого на нерухомій основі, дуже схожа на поведінку гірокомпаса. Це природно, тому що обидва прилади являють собою різні комбінації сполучення тристепеневого гіроскопу та фізичного маятника.

Схожа також поведінка ГМ та ГК за умов руху основи з сталою швидкістю або прискоренням. ГМ має швидкісну та балістичну похибки, причому остання буде відсутньою, якщо період власних коливань дорівнює періоду М. Шулера.

Зазначимо, що період  $T_0 = 2\pi \frac{H}{mgl}$  влас-

них коливань можна зробити як завгодно великим без збільшення ваги та габаритів приладу.

## ЛЕКЦІЯ 13.

## 2.3. ГІРОСКОПІЧНІ ВЕРТИКАЛІ З РАДІАЛЬНОЮ КОРЕКЦІЄЮ

## 2.3.1. Принципи побудови гіроскопічних вертикалей

В гіровертикалях з радіальною корекцією на відміну від гіромаятників повернення головної осі гіроскопа до вертикалі проходить найкоротшим шляхом. Для цього до гіроскопу прикладають момент корекції, вектор якого знаходиться в площині, що містить головну вісь гіроскопу та вертикаль, і спрямований так, щоб змусити гіроскоп прецесувати в бік зменшення кута відхилення головної осі від вертикалі.

Для цього корекційний момент повинен діяти відносно *зовнішньої* осі підвісу, якщо відхилення головної осі від вертикалі відбулося відносно *внутрішньої* осі і навпаки, тобто між напрямком відхилення гіроскопу від вертикалі та напрямком корекційного моменту повинен існувати *перехресний зв'язок*.

Цю проблему можна вирішити, якщо позбавитися механічного зв'язку між гіроскопом та маятником, як це робиться, наприклад, в гірокомпасах з непрямым керуванням.

Система корекції такої гіровертикалі (рис. 2.5) складається з двох одновісних маятників ДС1 та ДС2, встановлених на гірокамері, та двох датчиків моменту ДМ1 та ДМ2, встановлених на осях підвісу гіроскопа. Між датчиками сигналів та датчиками моментів створюється перехресний зв'язок, тобто фізичний маятник ДС1, який реагує на відхилення гіроскопа від вертикалі відносно *осі підвісу внутрішньої* рамки, електрично пов'язаний з датчиком моментів ДМ1, що здатний створювати корекційний момент відносно *зовнішньої осі підвісу*.

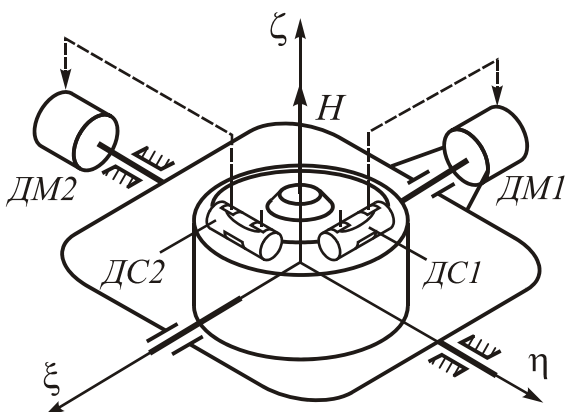


Рис. 2.5

За принципом дії гіроскопічні вертикалі нагадують гіромагнітний компас: в обох випадках використовується триступеневий механічний гіроскоп, напрямок головної осі якого корегується за допомогою зовнішнього чутливого елемента, що має позиційний момент взаємодії з полем Землі. Внаслідок такої взаємодії чутливий елемент системи корекції займає певне положення рівноваги в земній системі координат і за допомогою системи корекції приводить в таке ж положення головну вісь гіроскопу.

Для гіромагнітного компаса таким чутливим елементом, полем та положенням рівноваги буде магнітний компас, магнітне поле Землі і напрямок магнітного меридіану, а для гіровертикалі фізичний маятник, поле сил тяжіння та напрямок лінії виска (істинної вертикалі).



Гіровертикалі з радіальною корекцією найбільш поширені в авіації. На космічних летальних апаратах гіровертикалі з корекцією від фізичного маятника не використовують з-за умов невагомості (відсутності поля сил тяжіння).

На практиці використовують такі різновиди характеристик систем корекції (рис.2.6): а) пропорційну (лінійну); б) сталу (релейну); в) змішану.

Розглянемо особливості поведінки гіровертикалі на нерухомій основі в залежності від типу характеристики корекції.

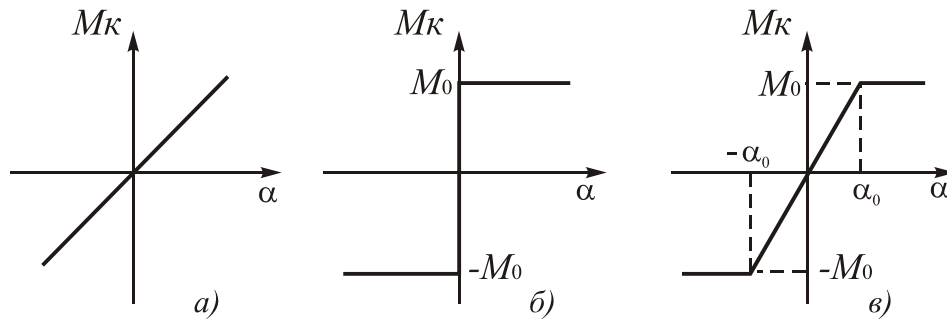


Рис. 2.6

Коли головна вісь відхиляється від вертикалі на кут  $\alpha$ , виникає корекційний момент, прикладений до осі підвісу зовнішньої рамки. Він в свою чергу викличе прецесійний рух навкруг зовнішньої осі підвісу з кутовою швидкістю

$$\dot{\alpha} = -\frac{M_{K1}}{H}.$$

В разі використання пропорційної системи корекції  $M_{K1} = K_1 \alpha$ , тобто

$$\dot{\alpha} = -\frac{K_1}{H} \cdot \alpha = -\varepsilon_1 \cdot \alpha.$$

Тут  $K_1$  - крутизна характеристики корекції;  $\varepsilon_1 = \frac{K_1}{H}$  - питома швидкість корекції.

Якщо ж головна вісь буде відхилена на кут  $\beta$  відносно внутрішньої осі підвісу, виникне корекційний момент, прикладений в такому разі до зовнішньої осі підвісу. Він вже викличе прецесію гіроскопу з кутовою швидкістю

$$\dot{\beta} = -\frac{M_{K2}}{H} = -\frac{K_2}{H} \cdot \beta = -\varepsilon_2 \cdot \beta.$$

Інтегруючи одержані рівняння за початкових умов  $\alpha(0)=\alpha_0$ ;  $\beta(0)=\beta_0$ , знайдемо закон корекційного руху головної осі гіроскопу:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot e^{-\varepsilon_1 t}; \quad \beta = \beta_0 \cdot e^{-\varepsilon_2 t}. \quad (2.12)$$

Одержаний розв'язок визначає асимптотичний рух головної осі до вертикалі.

Якщо прийняти  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ , то рівнянням (2.12), виключаючи з них параметр часу, можна надати вигляд

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \cdot \beta. \quad (2.13)$$

Це рівняння прямої лінії, що проходить через початок координат та точку, координати якої залежать від початкових умов (рис. 2.7а), тобто радіальної прямої. Характер корекційного руху і обумовив таку назву приладу.

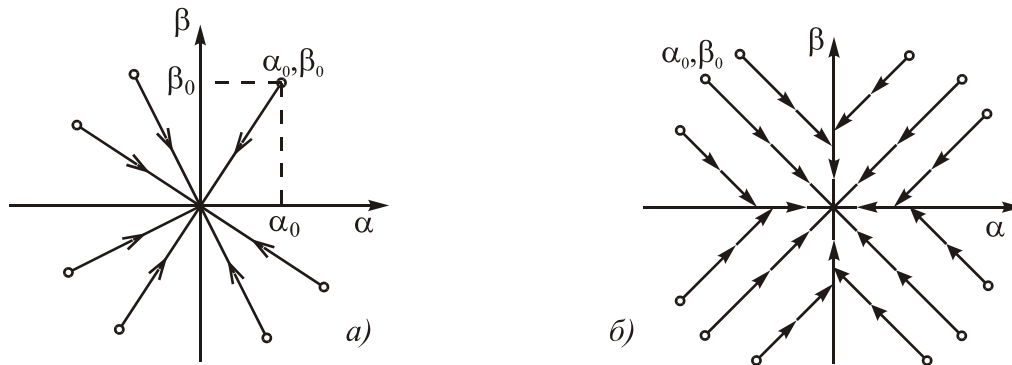


Рис. 2.7

В разі використання системи корекції з сталою характеристикою корекційні моменти  $M_{K1}$  та  $M_{K2}$  будуть дорівнювати

$$M_{K1} = -M_{01}\text{sign}\alpha; \quad M_{K2} = -M_{02}\text{sign}\beta.$$

Вони вже викличуть прецесію гіроскопа з кутовими швидкостями

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\frac{M_{01}}{H}\text{sign}\alpha = -\omega_{01}\text{sign}\alpha; \\ \dot{\beta} &= -\frac{M_{02}}{H}\text{sign}\beta = -\omega_{02}\text{sign}\beta. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Після інтегрування (2.14) одержимо

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha(0) &= -\omega_{01}t\text{sign}\alpha; \\ \beta - \beta(0) &= -\omega_{02}t\text{sign}\beta. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Рівняння траєкторії корекційного руху гіроскопа матиме в такому разі вигляд

$$\frac{\alpha - \alpha(0)}{\beta - \beta(0)} = \frac{\omega_{01}\text{sign}\alpha}{\omega_{02}\text{sign}\beta}. \quad (2.16)$$

Як випливає з формули (2.16), траєкторія корекційного руху на фазовій площині являє собою пряму, яка перетинає точку з координатами  $\alpha(0), \beta(0)$ .

Крутизна нахилу прямої дорівнює  $\pm \frac{\omega_{01}}{\omega_{02}}$  (рис. 2.7б). Якщо гіроскоп відхилений від вертикалі тільки відносно однієї осі (на кут  $\alpha(0)$  або  $\beta(0)$ ), траєкторія корекційного руху буде співпадати з цією віссю.

Для складання рівнянь руху гіровертикалі з радіальною корекцією за умов руху основи використаємо метод кінетостатики, згідно з яким одержимо (рис. 2.9а):

$$\begin{cases} H\omega_Y = M_{K1}; \\ -H\omega_X = M_{K2}, \end{cases} \quad (2.17)$$

де  $\omega_Y \approx \dot{\alpha} + U_\eta + U_\zeta \beta$ ;  $\omega_X \approx \dot{\beta} - U_\zeta \alpha + U_\xi$ .

Маятники систем корекції розміщені на гірокамері, тому вони реагують як на відхилення головної осі від вертикалі, так і на відповідні горизонтальні складові прискорень основи. В подальшому будемо вважати, що в кожному мить вони займають положення уявної вертикалі, тобто відхилені від істинної вертикалі на кути  $\alpha_w = \frac{W_\xi}{g}$  та  $\beta_w = -\frac{W_\eta}{g}$  (рис. 2.8б).

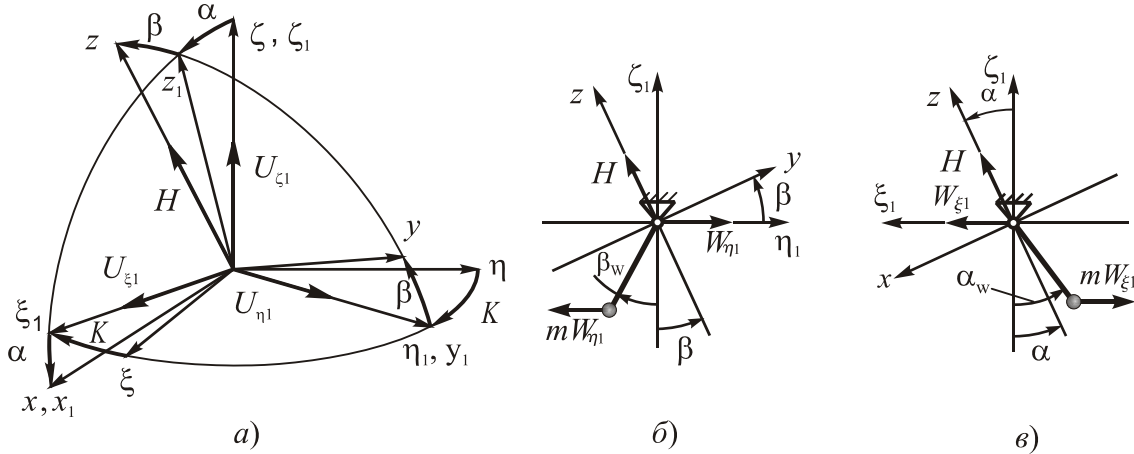


Рис. 2.8

Таким чином, залежність корекційних моментів від кутів незгідності між гіроскопом та датчиками сигналів ДС1 та ДС2 має вигляд:

$$M_{K1} = K \cdot \left( \alpha - \frac{W_\xi}{g} \right); \quad M_{K2} = K \cdot \left( \beta + \frac{W_\eta}{g} \right); \quad K = \text{const}. \quad (2.18)$$

З урахуванням (2.18) рівняння руху гіровертикалі з пропорційною корекцією будуть

$$\begin{cases} H(\dot{\beta} - U_\zeta \alpha + U_\xi) = -K \left( \beta + \frac{W_\eta}{g} \right); \\ H(\dot{\alpha} + U_\zeta \beta + U_\eta) = -K \left( \alpha - \frac{W_\xi}{g} \right). \end{cases} \quad (2.19)$$

Зв'язок між одержаними рівняннями за умов руху основи незмінним курсом дуже слабкий і визначається складовими  $U_\zeta \alpha$  та  $U_\zeta \beta$ . Тому в подальшому будемо нехтувати цим зв'язком при розгляді прямолінійного руху основи. Коли ж основа змінює свій курс, цей зв'язок може відігравати визначальну роль в поведінці приладу, тому що визначальною складовою кутової швидкості  $U_\zeta$  буде кутова швидкість віражу, тобто  $U_\zeta \approx -\dot{K} = \omega_B$ .

При дослідженні впливу прискорень основи будемо враховувати тільки лінійне прискорення  $W_\eta$ , доцентрове прискорення  $W_\xi = V\dot{K}$ , що виникає при змінюванні курсу, а також коріолісове прискорення, викликане одночасною дією швидкості руху та кутової швидкості обертання Землі.

## ЛЕКЦІЯ 14.

### 2.3.2. Похибки гіровертикалей з радіальною корекцією.

1. Швидкісна похибка гіровертикалі. Така похибка виникає при русі основи з сталою швидкістю сталим курсом. З урахуванням спрощень, зроблених раніше, рівняння руху (2.19) в цьому випадку мають вигляд

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon\alpha = -U_{\eta}; \\ \dot{\beta} + \varepsilon\beta = -U_{\xi}, \end{cases}$$

або з урахуванням (1.21б)

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon\alpha = -\omega_3 \cos\varphi_{\Gamma} \cos K; \\ \dot{\beta} + \varepsilon\beta = \omega_3 \cos\varphi_{\Gamma} \sin K + \frac{V}{R}. \end{cases} \quad (2.20)$$

Частинний розв'язок рівнянь (2.20), що визначає стан рівноваги гіроскопу має вигляд:

$$\alpha^* = -\frac{\omega_3 \cos\varphi_{\Gamma} \cos K}{\varepsilon}; \quad \beta^* = \frac{\omega_3 \cos\varphi_{\Gamma} \sin K + V/R}{\varepsilon}. \quad (2.21)$$

Одержані залежності визначають швидкісну похибку гіровертикалі.

Розглянемо фізичну сутність швидкісної похибки. В стані динамічної рівноваги система корекції повинна примушувати гіроскоп обертатися наздогін за напрямком вертикалі. Однак для роботи системи корекції потрібна незгідність між маятником та гіроскопом, щоб з'явився електричний сигнал, який подається на датчик моменту, що створює корекційний момент.

Цей кут незгідності, що визначає відставання гіроскопу від кутового руху вертикалі, являє собою швидкісну похибку.

Знайдемо максимальну величину швидкісної похибки, якщо літак рухається з швидкістю  $V = 1440$  км/годину (400 м/с) курсом  $K = 0$  на широті м. Києва ( $\varphi_{\Gamma} = 51^{\circ}$ ). Питома швидкість корекції  $\varepsilon = 0,01$  1/с. В такому разі

$$\alpha^* = \frac{\omega_3 \cos\varphi_{\Gamma}}{\varepsilon} = \frac{7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,629}{0,01} = 4,58 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 16 \text{ кут. хв.}$$

$$\beta^* = \frac{V}{R\varepsilon} = \frac{400}{6,37 \cdot 10^6 \cdot 0,01} = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 22 \text{ кут. хв.}$$

Якщо курс руху літака буде складати  $90^{\circ}$ , то остання складова похибки буде дорівнювати вже

$$\beta^* = \frac{R\omega_3 \cos\varphi_{\Gamma} + V}{R\varepsilon} = \frac{6,37 \cdot 10^6 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,629}{6,37 \cdot 10^6 \cdot 0,01} = 1,36 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \approx 47 \text{ кут. хв.}$$

Як впливає з розглянутого прикладу, зменшення швидкісної похибки можливе за рахунок збільшення питомої швидкості корекції  $\varepsilon$ , тобто крутизни характеристики системи корекції. Нескінченно велику крутизну на початковій ділянці характеристики корекції мають системи сталої корекції. Тому в гірвертикалях з сталою системою корекції швидкісна похибка відсутня.

Фізично це явище можна пояснити так. Швидкість корекційного руху набагато більша, ніж кутова швидкість повороту площини горизонту, тобто  $|M_{K1}|, |M_{K2}| \gg |HU_{\eta}|, |HU_{\xi}|$ . Під час повороту площини горизонту з кутовими швидкостями  $U_{\xi}$  та  $U_{\eta}$  маятники теж повертаються разом з поворотом площини горизонту. При відставанні головної осі гіроскопа від маятників на кут, що перебільшує поріг чутливості системи корекції (для ідеальної релейної характеристики цей кут дорівнює нулю), відбувається включення системи корекції і відставання гіроскопу ліквідується. Головна вісь гіроскопу переривчатим рухом слідує за положенням маятників.

2. Рівноприскорений рух основи. В разі руху основи з сталим прискоренням, коли кут ковзання дорівнює нулю, тобто вектор лінійної швидкості співпадає з поздовжньою віссю, на маятник ДС2 буде діяти прискорення  $W_{\eta}$ . Завдяки відхиленню маятника від вертикалі виникне прецесійний рух відносно внутрішньої осі підвісу, який згідно з (2.19) можна описати рівнянням

$$\dot{\beta} + \varepsilon\beta = -\varepsilon \frac{W_{\eta}}{g}. \quad (2.22)$$

Гранична швидкість рухомих основ є обмеженою. Тому стале поздовжнє прискорення може існувати обмежений час. В подальшому будемо вважати, що за час дії прискорення  $W_{\eta}$  в інтервалі часу ( $0 < t < t_w$ ) воно залишається сталим.

Розв'язок одержаного рівняння в заданому інтервалі часу має вигляд

$$\beta = -\frac{W_{\eta}}{g} (1 - e^{-\varepsilon t}) \quad (2.23)$$

Після зникнення прискорення ( $t > t_w$ ) кут відхилення головної осі від вертикалі досягне величини  $\beta_m = -\frac{W_{\eta}}{g} (1 - e^{-\varepsilon t_w})$ . Оскільки прискорення зникне, маятник повернеться в початкове положення і подальший рух головної осі буде проходити за законом

$$\beta = -\frac{W_{\eta}}{g} (1 - e^{-\varepsilon t_w}) \cdot e^{-\varepsilon(t-t_w)} = -\beta_m e^{-\varepsilon(t-t_w)}. \quad (2.24)$$

Графік руху головної осі зображений на рис. 2.9.

При короткочасній дії великих прискорень швидкість відходу гіроскопа від вертикалі набагато більша, ніж швидкість його повернення до вертикалі після закінчення дії прискорення.

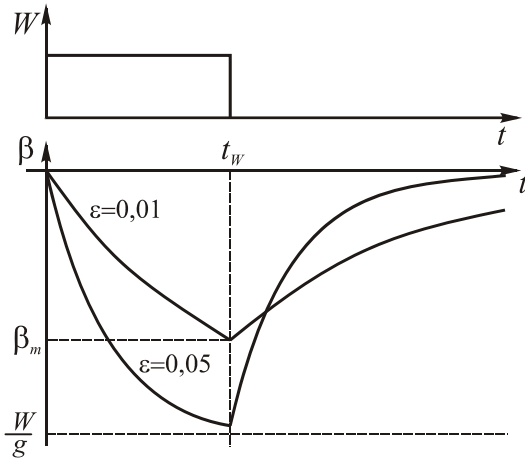


Рис. 2.9

На підтвердження такого висновку розглянемо приклад. Нехай основа рухається з прискоренням  $W_n = 4,9 \text{ м/с}^2$  на протязі 40 секунд. Питома швидкість корекції  $\epsilon = 0,01 \text{ 1/с}$ . За цей час швидкість руху основи досягне 705 км/год. Знайдемо максимальну похибку визначення вертикалі. В даному разі  $\beta_m = -\frac{4,9}{9,8} \cdot (1 - e^{-0,4}) = -0,165 \text{ рад}$ .

Визначимо також час повернення гіровертикалі в стан рівноваги з похибкою, що не перевищує  $1^\circ$ , після закінчення дії прискорення. Для цього використаємо за-

лежність

$$t - \tau = \frac{\ln \beta_m - \ln \beta_0}{\epsilon} = \frac{-1,8 + 4,4}{0,01} = 224 \text{ с.}$$

Таким чином, час повернення гіровертикалі в стан рівноваги в даному випадку перевищує час дії прискорення в 6 разів.

В гіровертикалі з сталою характеристикою системи корекції при прискореному русі основи момент корекції буде сталим на весь час дії прискорення, тому відхилення головної осі від вертикалі буде відбуватися за законом  $\dot{\beta} = -\frac{M_0}{H}$ . Максимальне відхилення буде дорівнювати  $\beta_m = -\frac{M_0}{H} \tau$ .

Після закінчення дії прискорення головна вісь гіроскопу почне повертатися до вертикалі також зі сталою швидкістю (рис. 2.10).

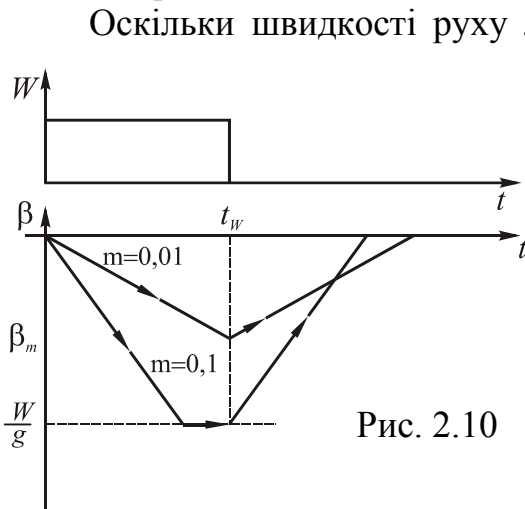


Рис. 2.10

Оскільки швидкості руху літаків або суден обмежені за величиною, то похибки таких гіровертикалей будуть відносно малими, тому що за умов малих прискорень руху основи відхилення маятників від вертикалі також будуть малими, а за умов великих прискорень час набору швидкості  $\tau$  буде невеликим.

Якщо максимальна швидкість корекції  $M_K = \frac{M_0}{H} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/с} (\approx 0,05 \text{ }^\circ/\text{с})$ , то за вищезазначених умов одержимо:  $\beta_m = 8,7 \cdot 10^{-4} \cdot 40 \approx 0,035 \text{ рад} = 2^\circ$ .

Радикальним засобом позбутися похибок вимірювань, які обумовлені впливом лінійних прискорень, є відключення системи поздовжньої корекції на час дії прискорення.

### 3. Вплив коріолісова прискорення.

При русі основи з сталою лінійною швидкістю  $V$  відносно поверхні Землі вона піддається дії коріолісова прискорення. Величина і напрямок цього прискорення можна визначити за допомогою рис. 2.11. На цьому рисунку  $O\xi_T\eta_T\zeta_T$  - траекторна система координат, вісь  $\xi_T$  якої спрямована вздовж вектору швидкості руху  $V$  основи. Величина (модуль) коріолісова прискорення  $W_c = 2\vec{\omega}_3 \times \vec{V}$  дорівнює  $2\omega_\zeta V = 2V\omega_3 \sin \varphi$ .

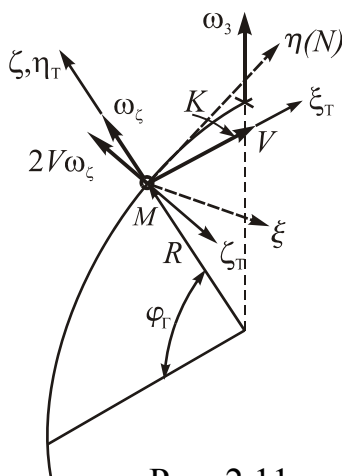


Рис. 2.11

Напрямок дії прискорення завжди однаковий і не залежить від курсу руху основи - від'ємний напрямок поперечної осі  $z_c$ . Під дією цього прискорення маятник-коректор ДС1 (рис. 2.5) відхилиться від істинної вертикалі на кут  $\alpha_w = \frac{W_c}{g} = 2 \frac{V\omega_3}{g} \sin \varphi$ .

Завдяки відхиленню маятника від вертикалі виникне прецесійний рух відносно зовнішньої осі підвісу, який згідно з (2.19) можна описати рівнянням

$$\dot{\alpha} + \varepsilon\alpha = -2\varepsilon \frac{V\omega_3}{g} \sin \varphi. \quad (2.25)$$

Усталене значення відхилення зовнішньої рамки від площини горизонту є похибкою від коріолісова прискорення:

$$\alpha = -2 \frac{V\omega_3}{g} \sin \varphi. \quad (2.26)$$

Знайдемо величину похибки від коріолісова прискорення, якщо літак рухається з швидкістю  $V = 1440$  км/годину (400 м/с) на широті м. Києва ( $\varphi = 51^\circ$ ).

$$\alpha = \frac{2 \cdot 400 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5}}{9,8} \cdot 0,78 = 0,0046 \text{ рад} \approx 16 \text{ кут. хв.}$$

4. Віражна похибка. Вказаний маневр основи суттєво впливає на поведінку гіровертикалі, тому що вона довгий час піддається дії доцентрового прискорення, яке викликає значні відхилення маятників систем корекції і, відповідно, головної осі гіроскопу від вертикалі.

Під час розгляду віражних похибок будемо враховувати в першу чергу такі визначальні фактори, що супроводжують правильний віраж - сталий кут крену  $\varphi_0$  літака, сталу лінійну швидкість  $V = \text{const}$  та сталу кутову швидкість змінювання курсу  $\omega_B = \dot{K} = \text{const}$ .

В такому разі складова кутової швидкості  $U_\zeta = -\dot{K} = \omega_B$ , а доцентрове прискорення  $W_\zeta = -V\omega_B$ . Згідно з рис. 1.18 кут між істинною та уявною вертикаллю, що дорівнює куту крена, визначається співвідношенням

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(-\frac{V\omega_B}{g}\right) \approx -\frac{V\omega_B}{g}.$$

Якщо вісь обертання зовнішньої рамки співпадає з поздовжньою віссю літака, то збурюватися доцентровим прискоренням буде тільки маятник ДС1 системи корекції зовнішньої рамки, тому корекційний момент  $M_{K1}=K(\alpha-\varphi_0)$ . Маятник ДС2 системи корекції внутрішньої рамки залишається незбуреним, тобто момент корекції  $M_{K2}=K\beta$ .

Таким чином, рівняння руху гіровертикалі (2.19) за умови віражу мають вигляд

$$\begin{cases} H(\dot{\beta} - \omega_B \alpha) = -K\beta; \\ H(\dot{\alpha} + \omega_B \beta) = -K(\alpha - \varphi_0), \end{cases} \quad (2.27)$$

або з урахуванням знайденого значення кута  $\varphi_0$ :

$$\begin{cases} \dot{\beta} + \varepsilon\beta - \omega_B \alpha = 0; \\ \dot{\alpha} + \varepsilon\alpha + \omega_B \beta = \varepsilon \frac{V\omega_B}{g}. \end{cases} \quad (2.28)$$

Стан рівноваги головної осі гіровертикалі знайдемо з (2.28), поклавши в останніх  $\dot{\alpha} = 0$ ;  $\dot{\beta} = 0$ :

$$\alpha^* = -\frac{\varepsilon^2 V \omega_B}{g(\varepsilon^2 + \omega_B^2)}; \quad \beta^* = -\frac{\varepsilon V \omega_B^2}{g(\varepsilon^2 + \omega_B^2)}. \quad (2.29)$$

Парадоксальним є той факт, що збуренням піддається тільки система корекції зовнішньої рамки, а відхилення від вертикалі відбувається як відносно осі підвісу зовнішньої рамки, так і відносно осі підвісу внутрішньої рамки. Пояснення цьому буде викладено нижче.

Знайдемо спочатку траєкторію руху головної осі гіровертикалі до стану статичної рівноваги. Вилучив з другого рівняння системи (2.28) змінну  $\alpha$ , одержимо

$$\ddot{\beta} + 2\varepsilon\dot{\beta} + (\varepsilon^2 + \omega_B^2)\beta = -\frac{\varepsilon V \omega_B^2}{g}.$$

Загальний розв'язок одержаного неоднорідного рівняння має вигляд

$$\beta = e^{-\varepsilon t} (C_1 \cos \omega_B t + C_2 \sin \omega_B t) + \beta^*. \quad (2.30)$$

Тепер з першого рівняння (2.28) маємо:

$$\alpha = e^{-\varepsilon t} (-C_1 \sin \omega_B t + C_2 \cos \omega_B t) + \alpha^*. \quad (2.31)$$



Для обчислення сталих  $C_1$  та  $C_2$  припустимо, що в момент часу  $t = 0$   $\alpha(0) = 0, \beta(0) = 0$ . В такому разі  $C_1 = -\beta^*$ ;  $C_2 = -\alpha^*$ , а розв'язок системи рівнянь (2.28) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\varepsilon V \omega_B}{g(\varepsilon^2 + \omega_B^2)} \cdot (\varepsilon \cos \omega_B t - \omega_B \sin \omega_B t) \cdot e^{-\varepsilon t} + \alpha^* = \\ &= \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\varepsilon t} \cos(\omega_B t + \mu) + \alpha^*; \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\varepsilon V \omega_B}{g(\varepsilon^2 + \omega_B^2)} \cdot (\omega_B \cos \omega_B t + \varepsilon \sin \omega_B t) \cdot e^{-\varepsilon t} + \beta^* = \\ &= \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\varepsilon t} \sin(\omega_B t + \mu) + \beta^*, \end{aligned} \quad (2.33)$$

де  $\mu = \operatorname{arctg} \frac{\omega_B}{\varepsilon}$ .

З метою дослідження траєкторії руху головної осі гіроскопа на фазовій площині  $\alpha, \beta$  здійснимо в рівняннях (2.32, 2.33) перехід до полярної системи координат, що визначається полярним радіусом  $\rho$  та полярним кутом  $\varphi$ :

$$\rho = \sqrt{(\alpha - \alpha^*)^2 + (\beta - \beta^*)^2} = \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\varepsilon t};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\beta - \beta^*}{\alpha - \alpha^*} = \operatorname{tg}(\omega_B t + \mu).$$

Позбавимось в одержаних рівняннях параметра часу. Для цього використаємо залежність, що випливає з другого рівняння:

$$t = \frac{1}{\omega_B} \cdot (\varphi - \mu).$$

Таким чином, полярний радіус дорівнює також

$$\rho = \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{\omega_B} (\varphi - \mu)}.$$

Одержані залежності являють собою рівняння логарифмічної спіралі з фокусом в точці  $O_1 (\alpha^*, \beta^*)$ . На рис. 2.12 зображена траєкторія руху головної осі, що відповідає лівому (знизу) і правому (зверху) віражу.

Розглянуте відхилення головної осі від вертикалі являє собою *віражну похибку* гіровертикалі. Максимальні похибки  $\alpha_{\max}$  та  $\beta_{\max}$  відповідають мінімальним відрі-

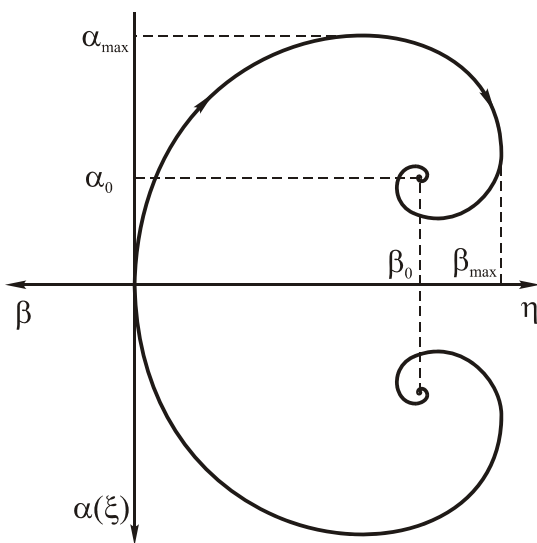


Рис. 2.12

кам часу  $t=t_1$  та  $t=t_2$ , в яких задовольняються умови:

$$\cos(\omega_B t_1 + \mu) = -1; \quad \sin(\omega_B t_2 + \mu) = -1,$$

$$\text{звідки } t_1 = \frac{\pi - \mu}{\omega_B} = \frac{\pi - \arctg(\omega_B/\varepsilon)}{\omega_B}; \quad t_2 = \frac{3\pi/2 - \mu}{\omega_B} = \frac{3\pi/2 - \arctg(\omega_B/\varepsilon)}{\omega_B} \quad (2.34)$$

Якщо підставити  $t_1$  та  $t_2$  в рівняння (2.32-2.33), одержимо

$$\alpha_{\max} = \alpha^* - \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\varepsilon t_1}; \quad \beta = \beta^* - \frac{\varepsilon V \omega_B}{g \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_B^2}} \cdot e^{-\varepsilon t_2}. \quad (2.35)$$

Дамо чисельну оцінку цим похибкам за таких типових параметрів руху літака та параметрів ГВ:  $V = 150 \text{ м/с}$  ( $540 \text{ км/год}$ );  $\omega_B = 0,1 \text{ 1/с}$ ;  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

За допомогою формул (2.34 – 2.35) одержимо:

$$t_1 = \frac{3,14 - \arctg(0,1/0,05)}{0,1} = 20,3 \text{ с}; \quad t_2 = \frac{3 \cdot 3,14/2 - \arctg 2}{0,1} = 36 \text{ с}.$$

$$\alpha_{\max} = -\frac{0,05^2 \cdot 150 \cdot 0,1}{9,8 \cdot (0,05^2 + 0,1^2)} - \frac{0,05 \cdot 150 \cdot 0,1}{9,8 \cdot \sqrt{0,05^2 + 0,1^2}} \cdot e^{-0,05 \cdot 20,3} = -0,56 \text{ рад} \approx -32^\circ.$$

$$\beta_{\max} = -\frac{0,05 \cdot 150 \cdot 0,1^2}{9,8 \cdot (0,05^2 + 0,1^2)} - \frac{0,05 \cdot 150 \cdot 0,1}{9,8 \cdot \sqrt{0,05^2 + 0,1^2}} \cdot e^{-0,05 \cdot 36} = -0,72 \text{ рад} \approx -41^\circ.$$

Складний характер траєкторії руху головної осі гіровертикалі пояснюється накладанням корекційного руху гіроскопа на кінематичне взаємоперетворення кутів  $\alpha$  в кути  $\beta$ , а кутів  $\beta$  в кути  $\alpha$  внаслідок обертання разом з основою з кутовою швидкістю  $\omega_B$  його осей підвісу. Таке взаємоперетворення полягає в тому, що початкове відхилення головної осі гіроскопу відносно зовнішньої осі підвісу (наприклад, під дією системи корекції) від вертикалі на кут  $\alpha$ , після повороту основи на кут  $\pi/2$  перетвориться в дорівнююче йому відхилення внутрішньої рамки на кут  $\beta$ . В усталеному стані ( $\alpha=\alpha^*$ ;  $\beta=\beta^*$ ) вказані причини врівноважують одна одну.

Одним з радикальних методів усунення віражної похибки є відключення поперечної системи корекції під час віражу. Таке відключення можна здійснити двома способами: по сигналу кутової швидкості змінювання курсу або по сигналу крену, яким обов'язково супроводжується віраж літака.

5. Вплив хитавиці основи на поведінку гіровертикалі. За умов хитавиці основи маятники систем корекції розгойдуються збурюючими моментами, які змінюються з частотою хитавиці. Вимушені коливання маятників завдяки дії систем корекції викликають появу коливань головної осі відносно вертикалі. Однак коливання головної осі гіроскопу будуть за амплітудою значно меншими, ніж коливання маятників. Доведемо це на прикладі.

Припустимо, що основа знає хитавиці навкруг поздовжньої осі згідно з законом  $\varphi = \varphi_m \sin \omega_x t$ . Місце встановлення приладу віддалене від поздовжньої осі вздовж осі  $Z_C$  на відстань  $S$ .

В такому разі лінійне прискорення місця встановлення гіровертикалі буде дорівнювати

$$W_\xi = S\ddot{\varphi} \cos \varphi \approx S\ddot{\varphi} \approx -S\varphi_m \omega_x^2 \sin \omega_x t.$$

Якщо основа при тому рухається сталим курсом з сталою швидкістю, перше рівняння системи (2.19) можна записати у вигляді

$$\dot{\alpha} + \varepsilon \alpha = -\varepsilon \frac{S\varphi_m \omega_x^2}{g} \sin \omega_x t = \varepsilon \chi_m \sin \omega_x t, \quad (2.36)$$

де  $\chi_m = -\frac{S\varphi_m \omega_x^2}{g}$  - амплітуда кута відхилення маятника системи корекції, обумовленого хитавицею основи.

Частинний розв'язок рівняння (2.36), що визначає вимушений рух головної осі відносно стану динамічної рівноваги, має вигляд

$$\alpha = \frac{\varepsilon^2 \chi_m}{\omega_x^2 + \varepsilon^2} \sin \omega_x t - \frac{\varepsilon \omega_x \chi_m}{\omega_x^2 + \varepsilon^2} \cos \omega_x t = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega_x^2 + \varepsilon^2}} \cdot \chi_m \sin(\omega_x t - \mu),$$

де  $\mu = \arctg(\omega_x/\varepsilon)$ .

Степінь зменшення амплітуди коливань гіроскопа порівняно з амплітудою коливань маятника (ступінь згладжування) дорівнює

$$k_c = \frac{\chi_m}{\alpha_m} = \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \varepsilon^2}}{\varepsilon}. \quad (2.37)$$

Легко бачити, що для зменшення впливу хитавиці на гіровертикаль бажано зменшувати питому швидкість корекції. В той же час зменшення  $\varepsilon$  призведе до збільшення швидкісної похибки. Отже, існує таке значення питомої швидкості корекції, за якої для конкретних параметрів руху основи сумарна похибка визначення вертикалі буде найменшою. Така оптимізація параметрів системи корекції полегшується тим, що конкретна рухома основа має визначений діапазон швидкостей та частот хитавиці.

## ЛЕКЦІЯ 15

### 2.3.3. Гіровертикалі з інтегрально-позиційною корекцією

Одним з недоліків гіровертикалі з пропорційною характеристикою систем корекції є наявність швидкісних похибок, а також похибок, викликаних дією сталих моментів вздовж осей підвісу.

Значно зменшити ці складові похибок можна застосуванням позиційно-інтегральної корекції, в якій створювані ними корекційні моменти пропорційні не тільки кутам неузгодження між головною віссю гіроскопа і маятниками систем корекції, а також і інтегралами від цих кутів. В цьому випадку залежність корекційних моментів від кутів неузгодження між гіроскопом та датчиками сигналів ДС1 та ДС2 на відміну від залежностей (2.18) набудуть вигляд:

$$\begin{aligned} M_{K1} &= K\left(\alpha - \frac{W_\xi}{g}\right) + k_i \int_0^t \left(\alpha - \frac{W_\xi}{g}\right) d\tau; \\ M_{K2} &= K\left(\beta + \frac{W_\eta}{g}\right) + k_i \int_0^t \left(\beta + \frac{W_\eta}{g}\right) d\tau. \end{aligned} \quad (2.38)$$

З урахуванням формул (2.19) та (2.38) рівняння руху гіровертикалі з позиційно-інтегральною корекцією будуть

$$\begin{cases} H\left(\ddot{\beta} - U_\zeta \dot{\alpha} + U_\xi\right) = -K\left(\beta + \frac{W_\eta}{g}\right) - k_i \int_0^t \left(\beta + \frac{W_\eta}{g}\right) d\tau + M_{n2}; \\ H\left(\ddot{\alpha} + U_\zeta \dot{\beta} + U_\eta\right) = -K\left(\alpha - \frac{W_\xi}{g}\right) - k_i \int_0^t \left(\alpha - \frac{W_\xi}{g}\right) d\tau + M_{n1}, \end{cases} \quad (2.39)$$

де  $M_{n1}$  та  $M_{n2}$  - моменти-завади, що діють вздовж осей підвісу гіроскопа.

Після диференціювання цих виразів одержимо

$$\begin{cases} H\left(\ddot{\beta} - U_\zeta \dot{\alpha} - \dot{U}_\zeta \alpha + U_\xi\right) + K\dot{\beta} + K_i \beta = -K \frac{\dot{W}_\eta}{g} - K_i \frac{W_\eta}{g} + \dot{M}_{n2}; \\ H\left(\ddot{\alpha} + U_\zeta \dot{\beta} + \dot{U}_\zeta \beta + U_\eta\right) + K\dot{\alpha} + K_i \alpha = K \frac{\dot{W}_\xi}{g} + K_i \frac{W_\xi}{g} + \dot{M}_{n1}, \end{cases}$$

або після заміни  $2\varepsilon = \frac{K}{H}$ ,  $k_i^2 = \frac{K_i}{H}$ :

$$\begin{cases} \ddot{\beta} - U_\zeta \dot{\alpha} - \dot{U}_\zeta \alpha + U_\xi + 2\varepsilon \dot{\beta} + k_i^2 \beta = -2\varepsilon \frac{\dot{W}_\eta}{g} - k_i^2 \frac{W_\eta}{g} + \frac{\dot{M}_{n2}}{H}; \\ \ddot{\alpha} + U_\zeta \dot{\beta} + \dot{U}_\zeta \beta + U_\eta + 2\varepsilon \dot{\alpha} + k_i^2 \alpha = 2\varepsilon \frac{\dot{W}_\xi}{g} + k_i^2 \frac{W_\xi}{g} + \frac{\dot{M}_{n1}}{H}. \end{cases} \quad (2.40)$$

**Корекційний рух.** Розглянемо особливості поведінки гіровертикалі на нерухомій основі. Для цього запишемо рівняння (2.40) за умови  $U = 0$ :

$$\begin{cases} \ddot{\beta} + 2\varepsilon\dot{\beta} + k_i^2\beta = \frac{\dot{M}_{n2}}{H}; \\ \ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + k_i^2\alpha = \frac{\dot{M}_{n1}}{H}. \end{cases} \quad (2.41)$$

Загальний розв'язок цих рівнянь має однаковий вигляд. Він залежить від коренів характеристичного рівняння  $p^2 + 2\varepsilon p + k_i^2 = 0$ .

Корені характеристичного рівняння  $p_1$  та  $p_2$  в загальному випадку визначаються відношеннями:

$$p_{1,2} = -\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 - k_i^2}.$$

Відповідно, розрізняють такі випадки руху, коли:

- а)  $k_i^2 > \varepsilon^2$ :  $p_{1,2} = -\varepsilon \pm i\omega_1$ , де  $\omega_1 = \sqrt{k_i^2 - \varepsilon^2}$  - коливальний характер перехідного процесу;
- б)  $k_i^2 = \varepsilon^2$ :  $p_{1,2} = -\varepsilon$  - критичне згасання перехідного процесу;
- в)  $k_i^2 < \varepsilon^2$ :  $p_{1,2} = -\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 - k_i^2}$  - сильне згасання перехідного процесу.

Відповідно розв'язок рівнянь (2.41) за початкових умов  $\alpha(0)=\alpha_0$ ;  $\beta(0)=\beta_0$  буде таким:

- а)  $\alpha = \alpha_0 e^{-\varepsilon t} \cos \omega_1 t$ ;  $\beta = \beta_0 e^{-\varepsilon t} \cos \omega_1 t$ , де;
- б)  $\alpha = \alpha_0 e^{-\varepsilon t}$ ;  $\beta = \beta_0 e^{-\varepsilon t}$ ;
- в)  $\alpha = \alpha_0 \left( \frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} \right)$ .

В першому випадку порівняно з ГВ з пропорційною корекцією динаміка гіровертикалі змінюється: вона поводить себе як коливальна система, причому власна частота  $\omega_1$  визначається інтегруючою ланкою, а загасання  $\varepsilon$  – позиційною.

В усіх випадках, якщо збурюючі моменти  $M_{n1}$  та  $M_{n2}$  не залежать від часу, стан рівноваги буде:  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ .

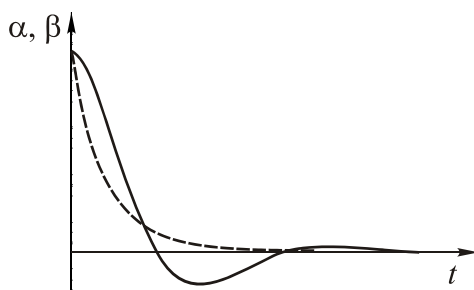


Рис. 2.13  
—  $k_i > \varepsilon$ ; ---  $k_i < \varepsilon$

На рис 2.13 показаний корекційний рух по координатах  $\alpha$ ,  $\beta$  в залежності від співвідношення параметрів систем корекції гіровертикалі.

Таким чином, особливість роботи інтегрально-позиційної корекції полягає в тому, що при дії постійних по величині збурень на гіроскоп на вхід інтегруючої ланки надходить сигнал, який на виході ланки створює момент, що накопичується із часом. Це відбувається доти, поки момент системи корекції не зрівноважить шкідливі моменти й не приведе вісь гіроскопа до напрямку вертикалі. При цьому сигнал позиційної

корекції відсутній, а сигнал на виході інтегруючої ланки можна розглядати як «пам'ять» системи корекції.

**Швидкісна похибка.** Така похибка виникає при русі основи з сталою швидкістю сталим курсом.

Рівняння руху для цього випадку одержимо з рівнянь (2.40), поклавши в них  $W_\xi = W_\eta = 0$ . Будемо вважати також, що зовнішні збурюючі моменти не змінюються у часі:

$$\begin{cases} \ddot{\beta} - U_\zeta \dot{\alpha} + 2\varepsilon \dot{\beta} + k_i^2 \beta = 0; \\ \ddot{\alpha} + U_\zeta \dot{\beta} + 2\varepsilon \dot{\alpha} + k_i^2 \alpha = 0. \end{cases} \quad (2.42)$$

Як впливає з одержаних рівнянь, ГВ з інтегрально-позиційною корекцією не має швидкісної похибки, яка притаманна для ГВ з пропорційною корекцією.

**Рівноприскорений рух основи.** Якщо не враховувати членів, що породжують швидкісну похибку ГВ, і кут дрейфу (ковзання) об'єкта, тобто вважати, що вектор швидкості об'єкта співпадає з поздовжньою віссю, рівняння руху (2.40) отримають вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{\beta} + 2\varepsilon \dot{\beta} + k_i^2 \beta = -k_i^2 \frac{W_\eta}{g}; \\ \ddot{\alpha} + 2\varepsilon \dot{\alpha} + k_i^2 \alpha = -k_i^2 \frac{W_\zeta}{g} = -2k_i^2 \frac{V\omega_3}{g} \sin \varphi. \end{cases} \quad (2.43)$$

Будемо вважати, що за час дії прискорення  $W_\eta$  в інтервалі часу  $(0 < t < \tau)$  воно залишається сталим.

Розв'язок першого рівняння в заданому інтервалі часу залежить від співвідношення між параметрами  $\varepsilon$  і  $k_i$ .

Після завершення набору швидкості прискорення  $W_\eta$  зникає і характер руху нагадує корекційний рух, розглянутий вище.

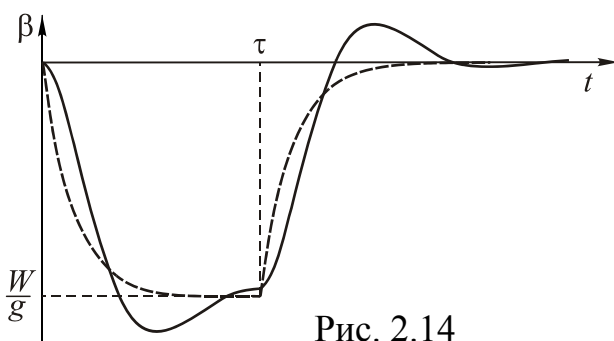


Рис. 2.14

Нам рис. 2.14 показаний рух гіровертикалі по координаті  $\beta$  для двох випадків співвідношення параметрів  $\varepsilon$  і  $k_i$ .

На основі аналізу другого рівняння системи (2.43) можна зробити висновок, що похибка від коріолісова прискорення зберігається під час руху літака.

**Віраж основи.** Під час розгляду віражних похибок будемо враховувати в першу чергу такі визначальні фактори, що супроводжують правильний віраж - сталий кут крену  $\varphi_0$  літака, сталу лінійну швидкість  $V = \text{const}$  та сталу кутову швидкість змінювання курсу  $\omega_B = \dot{K} = \text{const}$ .

В такому разі складова кутової швидкості  $U_\zeta = -\dot{K} = \omega_B$ , а доцентрове прискорення  $W_\xi = -V\omega_B$ .

Якщо вісь обертання зовнішньої рамки співпадає з поздовжньою віссю літака, то збурюватися доцентровим прискоренням буде тільки маятник ДС1 системи корекції зовнішньої рамки, тому корекційний момент  $M_{K1}=K(\alpha-\varphi_0)$ . Маятник ДС2 системи корекції внутрішньої рамки залишається незбуреним, тобто момент корекції  $M_{K2}=K\beta$ .

Таким чином, рівняння руху гіровертикалі (2.40) за умови віражу мають вигляд

$$\begin{cases} \ddot{\beta} + 2\varepsilon\dot{\beta} + k_i^2\beta - \omega_B\dot{\alpha} = 0; \\ \ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + k_i^2\alpha + \omega_B\dot{\beta} = -k_i^2\frac{V\omega_B}{g}. \end{cases} \quad (2.44)$$

Стан рівноваги головної осі гіровертикалі знайдемо, поклавши в одержаних рівняннях  $\ddot{\alpha} = \dot{\alpha} = 0$ ;  $\ddot{\beta} = \dot{\beta} = 0$ :

$$\alpha^* = -\frac{V\omega_B}{g}; \quad \beta^* = 0. \quad (2.45)$$

На відміну від гіровертикалі з позиційною корекцією в стані рівноваги кут відхилення внутрішньої рамки дорівнює нулю, а кут повороту зовнішньої рамки дорівнює куту крена.

Знайдемо траєкторію руху головної осі гіровертикалі до стану статичної рівноваги. Для цього розділимо змінні в рівняннях (2.44)

$$\ddot{\alpha} + 4\varepsilon\dot{\alpha} + (4\varepsilon^2 + 2k_i^2 + \omega_B^2)\alpha + 4\varepsilon k_i^2\dot{\alpha} + k_i^4\alpha = -k_i^4\frac{V\omega_B}{g}; \quad (2.46)$$

$$\ddot{\beta} + 4\varepsilon\dot{\beta} + (4\varepsilon^2 + 2k_i^2 + \omega_B^2)\beta + 4\varepsilon k_i^2\dot{\beta} + k_i^4\beta = 0.$$

Загальне рішення цих лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами є лінійною комбінацією чотирьох показових функцій:

$$\beta = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t} + Ce^{p_3 t} + De^{p_4 t}, \quad (4.36)$$

де  $A, B, C, D$  - довільні постійні;  $p_i$  - корені характеристичного рівняння

$$\Delta = p^4 + 4\varepsilon p^3 + (4\varepsilon^2 + 2k_i^2 + \omega_B^2)p^2 + 4\varepsilon k_i^2 p + k_i^4 = 0$$

Визначення коренів отриманого характеристичного рівняння в загальному випадку ускладнено, проте з урахуванням нерівності  $\omega_B^2 \gg \varepsilon^2 \gg k_i^4$  його можна спростити, записавши його як добуток двох поліномів 2-го порядку

$$\Delta \approx (p^2 + 4\varepsilon p + \omega_B^2) \left( p^2 + \frac{4\varepsilon k_i^2}{\omega_B^2} p + \frac{k_i^4}{\omega_B^2} \right), \quad (4.37)$$

Корені перетвореного характеристичного рівняння визначаються співвідношеннями

$$p_{1,2} = -2\varepsilon \pm \sqrt{4\varepsilon^2 - \omega_B^2} \approx -2\varepsilon \pm i\omega_B;$$

$$p_{3,4} = -2\varepsilon \frac{k_i^2}{\omega_B^2} \pm \sqrt{4\varepsilon^2 \frac{k_i^4}{\omega_B^4} - \frac{k_i^4}{\omega_B^2}} = -2\varepsilon \frac{k_i^2}{\omega_B^2} \pm \frac{k_i^2}{\omega_B^2} \sqrt{4\varepsilon^2 - \omega_B^2} \approx -2\varepsilon \frac{k_i^2}{\omega_B^2} \pm i \frac{k_i^2}{\omega_B^2} \omega_B.$$

Розв'язок рівнянь(2.46) в узагальненому виді буде

$$\alpha = e^{-2\varepsilon} (C_1 \cos \omega_B t + C_2 \sin \omega_B t) + e^{-2\varepsilon \frac{k_i^2}{\omega_B^2}} (C_3 \cos \frac{k_i^2}{\omega_B} t + C_4 \sin \frac{k_i^2}{\omega_B} t)$$

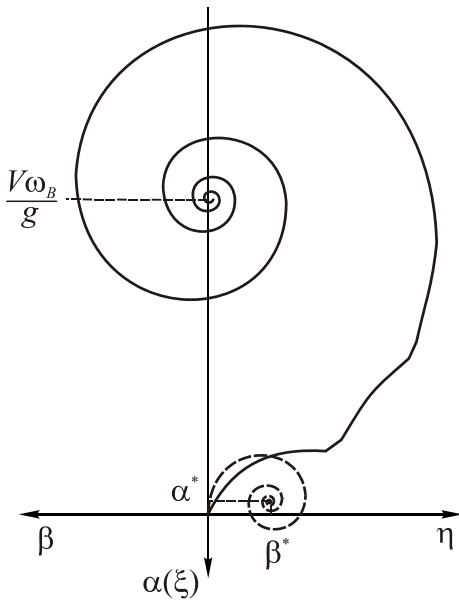


Рис. 2.15

— — інтегрально позиційна корекція  
 - - - - позиційна корекція

перехідний процес в ГВ з інтегрально-позиційною корекцією сильно затягнутий у часі і займає декілька циклів віражу. Максимальна похибка по обох координатах значно перевищує аналогічні значення для ГВ з позиційною корекцією, тому відключення такої корекції під час віражу обов'язкове.

Вплив хитавиці основи на поведінку гіровертикалі. За умов хитавиці основи маятники систем корекції розгойдуються збурюючими моментами, які змінюються з частотою хитавиці. Вимушені коливання маятників завдяки дії систем корекції викликають появу коливань головної осі відносно вертикалі. Однак коливання головної осі гіроскопу будуть за амплітудою значно меншими, ніж коливання маятників. Доведемо це на прикладі.

Припустимо, що основа зазнає хитавиці навкруг поздовжньої осі згідно з законом  $\varphi = \varphi_m \sin \omega_x t$ . Місце встановлення приладу віддалене від поздовжньої осі вздовж осі  $Z_C$  на відстань  $S$ .

В такому разі лінійне прискорення місця встановлення гіровертикалі буде дорівнювати

$$W_\xi = S\ddot{\varphi} \cos \varphi \approx S\ddot{\varphi} \approx -S\varphi_m \omega_x^2 \sin \omega_x t.$$

Якщо основа при тому рухається сталим курсом з сталою швидкістю, перше рівняння системи (2.19) можна записати у вигляді



$$\ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + k_i^2\alpha = 2\varepsilon\frac{\dot{W}_\xi}{g} + k_i^2\frac{W_\xi}{g},$$

або після підставлення значень прискорення та його похідної

$$\ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + k_i^2\alpha = -2\varepsilon\frac{S\varphi_m\omega_x^3\cos\omega_x t}{g} - k_i^2\frac{S\varphi_m\omega_x^2\sin\omega_x t}{g}.$$

Після деяких перетворень одержимо

$$\ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + k_i^2\alpha = -\chi_m\sqrt{4\varepsilon^2\omega_x^2 + k_i^4}\cos(\omega_x t - \nu), \quad (4.38)$$

де  $\chi_m = \frac{S\varphi_m\omega_x^2}{g}$  - максимальний кут відхилення маятника від вертикалі;

$\nu = \arctg\frac{k_i^2}{2\varepsilon\omega_x}$  - фазовий зсув коливань.

Частинний розв'язок рівняння (4.38) має вид

$$\alpha = -\chi_m\frac{\sqrt{4\varepsilon^2\omega_x^2 + k_i^4}}{\sqrt{(k_i^2 - \omega_x^2)^2 + 4\varepsilon^2\omega_x^2}}\cos(\omega_x t - \nu - \mu), \quad (4.39)$$

де  $\mu = \arctg\frac{2\varepsilon\omega_x}{k_i^2 - \omega_x^2}$ .

Степінь зменшення амплітуди коливань гіроскопа порівняно з амплітудою коливань маятника (ступінь згладжування) дорівнює

$$k_c = \frac{\chi_m}{\alpha_m} = \frac{\sqrt{(k_i^2 - \omega_x^2)^2 + 4\varepsilon^2\omega_x^2}}{\sqrt{4\varepsilon^2\omega_x^2 + k_i^4}}.$$

Легко бачити, що за умови  $\varepsilon \gg k_i^2$  для зменшення впливу хитавиці на гіровертикаль бажано зменшувати питому швидкість корекції.

## ЛЕКЦІЯ 16.

### 2.4. ВИЗНАЧЕННЯ ВЕРТИКАЛІ НА КОСМІЧНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТАХ.

Як було показано вище, для визначення положення істинної вертикалі на нерухомій основі використовують фізичні маятники та виски різних типів. На наземних та навколотземних рухомих об'єктах з метою згладжування збурень таких вимірювальних пристроїв лінійними прискореннями їх комплекують з триступневими гіроскопами, внаслідок чого одержують гіровертикалі різних типів.

Однак в умовах невагомості триступневий гіроскоп з корекцією від маятникових чутливих елементів непрацездатний, тому що маятники не мають в таких умовах "спрямовуючої сили", тобто не встановлюються в положенні вертикалі і не в змозі корегувати положення головної осі гіроскопа. Тому для корекції гіроскопа потрібно використовувати інші пристрої, що побудовані на таких фізичних принципах, які дозволяють визначити потрібний напрямок в умовах невагомості.

Треба відзначити, що при вирішенні задач орієнтації КЛА визначають не істинну, а геоцентричну вертикаль - лінію, що з'єднує центр Землі з центром мас супутника. Вимірювальні перетворювачі, призначені для побудови на борту КЛА напрямку геоцентричної вертикалі, мають назву визначника місцевої вертикалі.

Найбільш поширеним різновидом таких перетворювачів є інфрачервона вертикаль (ІЧВ).

В основу принципу дії ІЧВ покладені геометричні побудови, що базуються на двох основних фактах.

Перший полягає в тому, що поверхню Землі з деяким наближенням можна вважати сферою, а, отже, її профіль (лінію горизонту) - колом. Напрямок на центр такого кола співпадає з напрямком до центру Землі, тобто з напрямком геоцентричної вертикалі.

Другий факт зводиться до того, що внаслідок різкого контрасту температурного фону відкритого ("чистого") космічного простору (біля 3 К) та поверхні Землі ( $\approx 300$  К) межа енергетичного поля Землі в інфрачервоній зоні спектру з достатньою точністю визначає лінію горизонту.

Згідно з цим принцип дії більшості ІЧВ полягає в "скануванні" (перегляді) простору фотоприймачем інфрачервоного випромінювання з малим кутом зору (порівняно з видимим кутовим розміром Землі) з метою виявлення лінії горизонту Землі та визначення по її положенню відносно основи приладу напрямку геоцентричної вертикалі.

В залежності від того, по якій траєкторії пересувається поле зору фотоприймача, ІЧВ поділяють на два різновиди - з конічним та лінійним скануванням.

В ІЧВ з кінечним скануванням поле зору фотоприймача описує з сталою кутовою швидкістю конус у просторі (рис. 2.16), кут розчину якого близький до кутового розміру Землі. При співпаданні осі конуса сканування з напрямком геоцентричної вертикалі на фотоприймач надходить сталий потік інфрачервоного випромінювання  $\Phi$ . Внаслідок цього на виході фотоприймача виникає стала напруга, яке не пропускає електронна схема приладу. Вихідні сигнали ІЧВ в такому разі дорівнюють нулю.

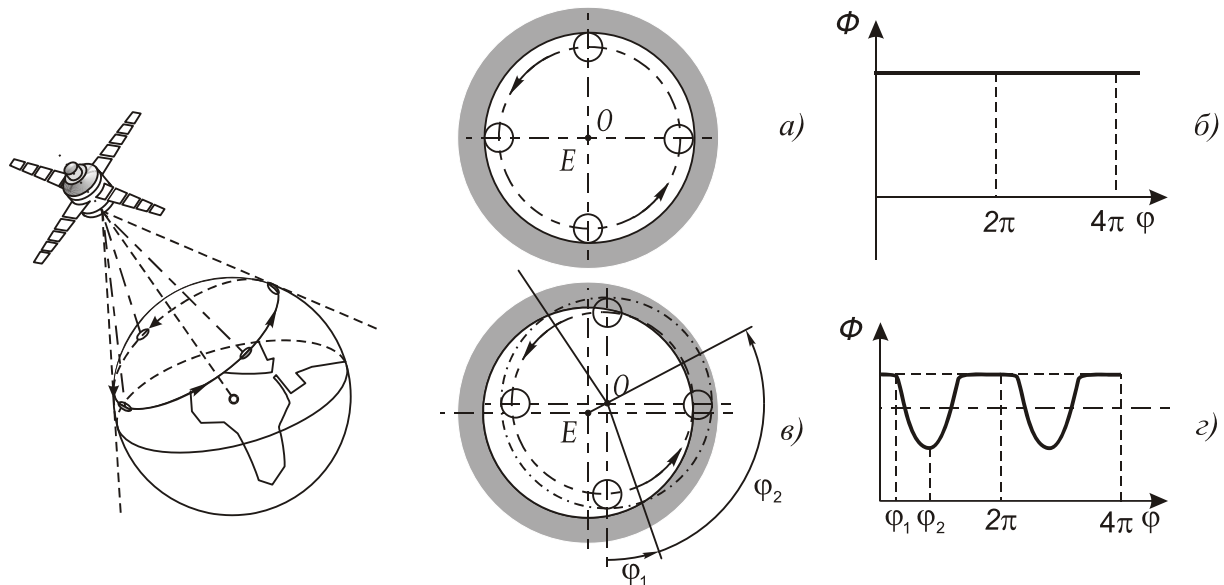


Рис. 2.16

При відхиленні осі конуса від геоцентричної вертикалі на деякий кут на фотоприймач буде поступати змінний потік випромінювання, що змінюється згідно з періодом сканування. На виході фотоприймача виникає змінна напруга, характер змінювання якого залежить від величини та напрямку відхилення від вертикалі.

В разі, коли орбіта КЛА еліптична, при змінюванні висоти польоту  $H_0$  в такій ІЧВ потрібно постійно підстроювати кут розчину конуса сканування, щоб він відповідав поточній величині видимого кутового розміру Землі, який при еліптичній орбіті змінюється за законом

$$\rho = 2 \arcsin \left( \frac{R}{R + H_0} \right).$$

Кут сканування може змінюватися як по команді з Землі, так і за допомогою бортового обчислювача системи керування супутником.

Такого недоліку не мають системи з лінійним скануванням. В них поле зору фотоприймача здійснює кутові коливання в границях куту  $\gamma$ , бісектриса якого співпадає з побудовуючою віссю приладу, а величина перебільшує видимий кутовий розмір Землі (рис. 2.17).

Така ІЧВ дозволяє вимірювати тільки один кут, що характеризує відхилення побудовуючої осі від проекції напрямку вертикалі на площину сканування. Тому для визначення положення геоцентричної вертикалі потрібно викори-

стовувати два прилади, що мають взаємно перпендикулярні площини сканування.

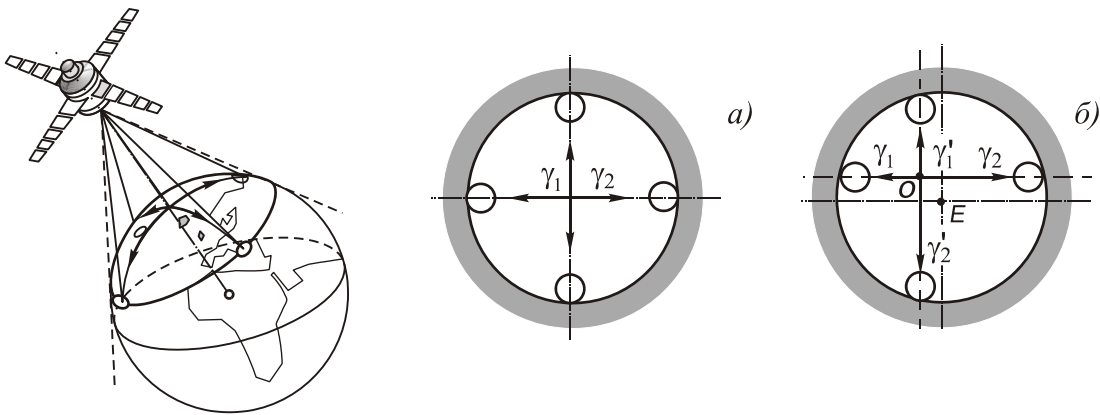


Рис. 2.17

Під час роботи такої ІЧВ в кожний півперіод сканування (час розвороту поля зору на кут сканування в прямому чи зворотному напрямку) вимірюється кут  $\gamma_1$  або  $\gamma_2$  відповідної межі кута сканування, що задана конструктивно, від найближчої в напрямку руху поля зору точки лінії горизонту, яка фіксується по різкому збільшенню рівня напруги на виході фотоприймача. В кожному періоді сканування визначається кут  $\gamma_0$  відхилення визначальної осі приладу від вертикалі на базі співвідношення

$$\gamma_0 = \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2).$$

Одна з ймовірних схем побудови гіровертикалі для КЛА, в якій в якості чутливого елементу системи корекції використовується побудовувач вертикалі з конічним скануванням, приведена на рис. 2.18.

Вона містить в собі триступеневий гіроскоп з вертикально розміщеною головною віссю та оптичний визначальник, який встановлений на внутрішній рамці підвісу.

Чутливими елементами оптичного побудовувача з конічним оглядом земного горизонту є телескоп 5 з фотоприймачами та дзеркало 6, що обертається навкруг оптичної осі телескопа. Відхилення оптичної осі телескопа разом з внутрішньою рамкою 2 відносно геоцентричної вертикалі викликає появу сигналів фотоприймачів, які після підсилення поділяються за допомогою комутатора 3 на складові, що пропорційні кутам відхилення оптичної осі телескопа від вертикалі в двох взаємно перпендикулярних площинах, які співпадають з осями підвісу гіроскопу.

Одержані сигнали поступають на датчики моментів 1 та 4, які встановлені на осях підвісу, і викликають прецесію гіроскопа в бік суміщення оптичної осі телескопа з напрямком геоцентричної вертикалі.

Подібна схема ІЧВ використовується в КЛА, висота орбіти яких  $H_0$  перевищує 150...200 км. За її допомогою можна також візувати планети (наприклад, Місяць), видимий тілесний кут яких не менше  $2^\circ \dots 3^\circ$ .

Основною причиною появи похибок ІЧВ в визначенні вертикалі є відхилення від кола реальної лінії інфрачервоного горизонту Землі, яке в свою чергу визначається несферичністю Землі, рельєфом місцевості, станом атмосфери та т.п. Похибки ІЧВ складають  $1,5^0 \dots 2^0$  і зменшуються відповідно з збільшенням висоти польоту супутника.

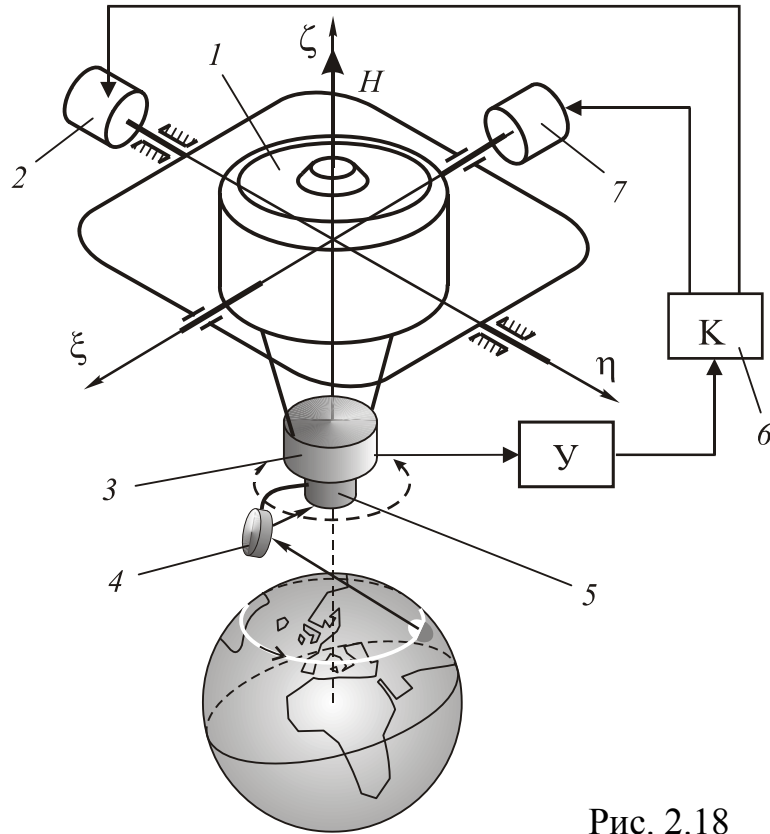


Рис. 2.18