

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА СУЧАСНОГО ПРЕЦИЗІЙНОГО
ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 531

ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК НА ВИБРИРУЮЩЕМ ОСНОВАНИИ

Лазарев Ю. Ф., Мураховский С. А.

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",
г. Киев, Украина

Рассмотрены работы, посвященные анализу влияния вибрации основания на поведение физического маятника, а также методам исследования его динамических свойств. Предложен новый метод исследования, позволяющий с удовлетворительной точностью находить положения центров вынужденных колебаний физического маятника при не малых амплитудах вибрации основания, амплитуды этих колебаний и частоты собственных колебаний относительно найденных центров. Рассмотрено применение метода для исследования поведения маятника при разных видах вибрации точки подвеса. Эффективность метода проверена компьютерным моделированием путем численного интегрирования дифференциального уравнения маятника. Дальнейшие исследования могут быть посвящены изучению параметрических колебаний физического маятника.

Ключевые слова: физический маятник, метод усреднения, метод баланса.

Вступление

Известно много работ, посвященных исследованию влияния вибрации основания на поведение маятника, начиная со знаменитой статьи П. Л. Капицы [1]. Большинство из них касается исследования поведения маятника при вертикальной вибрации точки подвеса маятника. Достаточно полный обзор работ, связанных с маятником на вибрирующем основании, приведен в [2]. Однако в известной литературе мало внимания уделяется другим важным случаям вибрации. Практически отсутствуют материалы, изучающие влияние горизонтальной вибрации основания, в частности, определение положений устойчивых центров вынужденных колебаний при линейной вибрации основания. Частично общие вопросы нахождения центров устойчивых колебаний затронуты в работах Т. Г. Стрижак [3,4].

Сущность метода

Рассмотрим уравнение маятника в безразмерной форме

$$\gamma'' + 2\zeta\gamma' + n_{0\xi} \cos \gamma + n_{0\eta} \sin \gamma + \sin \gamma = 0, \quad (1)$$

где γ – угол отклонения от вертикали; $\gamma' = \frac{d\gamma}{d\tau}$ – производная от угла по безраз-

мерному времени; $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время; $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ – частота свободных малых колебаний маятника; m – масса маятника; g – ускорение свободного падения; l – расстояние от точки подвеса O до центра масс C маятника; J

– момент инерции маятника относительно оси его вращения; ζ – относительный коэффициент затухания; γ'' – вторая производная от угла по безразмерному времени; $n_{O\xi}$ – перегрузка вибрации точки подвеса в горизонтальном направлении; $n_{O\eta}$ – перегрузка основания в вертикальном направлении.

Предполагая, что вибрация основания происходит по закону

$$n_{O\xi}(\tau) = n_{xm} \sin(v\tau + \varepsilon_x); \quad n_{O\eta}(\tau) = n_{ym} \sin(v\tau + \varepsilon_y), \quad (2)$$

где $v = \frac{\omega}{\omega_0}$ – относительная частота вибрации основания, а n_{xm} и n_{ym} – амплитуды перегрузок точки подвеса маятника соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях, будем искать его решение вида стационарных колебаний:

$$\gamma(\tau) = \gamma^* + \Delta\gamma(\tau), \quad (3)$$

где γ^* предполагается неизменной величиной – средним значением угла γ за период вынужденных колебаний, $\Delta\gamma(\tau)$ – флуктуационной составляющей этого угла со средним значением, равным нулю $\langle \Delta\gamma(\tau) \rangle = 0$.

С учетом (3) уравнение (1) может быть записано в виде:

$$\begin{aligned} \gamma'' + n_{O\xi}(\cos \gamma^* \cos \Delta\gamma - \sin \gamma^* \sin \Delta\gamma) + n_{O\eta}(\sin \gamma^* \cos \Delta\gamma + \cos \gamma^* \sin \Delta\gamma) + \\ + \sin \gamma^* \cos \Delta\gamma + \cos \gamma^* \sin \Delta\gamma = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В первом приближении можно полагать амплитуду флуктуационной составляющей малой и заменить в (4) ее тригонометрические функции первыми членами их разложения в ряд Маклорена. Получим

$$\gamma'' + n_{O\xi}(\cos \gamma^* - \sin \gamma^* \Delta\gamma) + n_{O\eta}(\sin \gamma^* + \cos \gamma^* \Delta\gamma) + \sin \gamma^* + \cos \gamma^* \Delta\gamma = 0. \quad (5)$$

Разделим уравнение (5) на два уравнения:

1) содержащее члены с постоянными составляющими (и, возможно, с четными гармониками)

$$\sin \gamma^* - n_{O\xi}(\tau)\Delta\gamma(\tau)\sin \gamma^* + n_{O\eta}(\tau)\Delta\gamma(\tau)\cos \gamma^* = 0; \quad (6)$$

2) содержащее члены только с первой гармоникой

$$\Delta\gamma'' + n_{O\xi}(\tau)\cos \gamma^* + n_{O\eta}(\tau)\sin \gamma^* + \cos \gamma^* \Delta\gamma = 0. \quad (7)$$

Частное решение уравнения (7) будет иметь вид

$$\Delta\gamma(\tau) = \gamma_m \sin(v\tau + \vartheta). \quad (8)$$

Рассмотрим случай большой частоты вибрации основания, т.е. предположим $v \gg 1$. Тогда, так как $\Delta\gamma''(\tau) = -v^2\gamma_m \sin(v\tau + \vartheta) = -v^2\Delta\gamma \gg \cos \gamma^* \Delta\gamma$, то из (7) приближенно получим

$$\Delta\gamma(\tau) = \frac{1}{v^2} [n_{O\xi}(\tau)\cos \gamma^* + n_{O\eta}(\tau)\sin \gamma^*]. \quad (9)$$

Используем это решение для преобразования уравнения (6)

$$\sin \gamma^* + \frac{1}{v^2} \left\{ \frac{1}{2} [n_{O\eta}^2(\tau) - n_{O\xi}^2(\tau)] \sin 2\gamma^* + n_{O\xi}(\tau) n_{O\eta}(\tau) \cos 2\gamma^* \right\} = 0. \quad (10)$$

Усредняя уравнение (10) по явно входящему времени, получим тригонометрическое уравнение для определения центра колебаний

$$\sin \gamma^* + \frac{1}{v^2} \left\{ \frac{1}{2} [\langle n_{O\eta}^2(\tau) \rangle - \langle n_{O\xi}^2(\tau) \rangle] \sin 2\gamma^* + \langle n_{O\xi}(\tau) n_{O\eta}(\tau) \rangle \cos 2\gamma^* \right\} = 0. \quad (11)$$

Проведя усреднение с учетом (2), придем к такому соотношению

$$\sin \gamma^* + \frac{1}{v^2} \left\{ \frac{1}{4} (n_{ym}^2 - n_{xm}^2) \sin 2\gamma^* + \frac{1}{2} n_{ym} n_{xm} \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\gamma^* \right\} = 0. \quad (12)$$

В дальнейшем удобнее перейти к амплитудам безразмерной скорости вибрации основания. Для этого используем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{dV(t)}{dt}; & n_m g \sin \omega t &= \frac{d}{dt} (-V_m \cos \omega t); & n_m g &= V_m \omega; \\ n_m &= \frac{V_m \omega}{g} = \frac{V_m \omega_0}{g} \frac{\omega}{\omega_0} = \bar{V}_m \cdot v; & \bar{V}_m &= \frac{V_m \omega_0}{g}, \end{aligned} \quad (13)$$

где \bar{V}_m – безразмерная амплитуда скорости. Для математического маятника $\bar{V}_m = \frac{V_m}{\sqrt{gl}}$. Теперь уравнение (12) можно преобразовать к виду

$$\sin \gamma^* + \frac{1}{4} \left\{ (\bar{V}_{ym}^2 - \bar{V}_{xm}^2) \sin 2\gamma^* + 2\bar{V}_{xm} \bar{V}_{ym} \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\gamma^* \right\} = 0. \quad (14)$$

Итак, получено тригонометрическое уравнение, решая которое можно найти центры возможных вынужденных колебаний маятника, обусловленных вибрацией основания. Как нетрудно видеть, найденные в соответствии с уравнением (14) *положения центров возможных вынужденных колебаний не зависят от частоты вибрации основания. Они определяются исключительно амплитудой скорости вибрации основания.*

Чтобы теперь установить, соответствует ли найденный центр устойчивым колебаниям, следует проверить знак функции

$$\Phi(\gamma) = \left(\frac{\omega_0^*}{\omega_0} \right)^2 = \cos \gamma - \frac{1}{2} \left\{ (\bar{V}_{xm}^2 - \bar{V}_{ym}^2) \cos 2\gamma + 2\bar{V}_{xm} \bar{V}_{ym} \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\gamma \right\}, \quad (15)$$

являющейся производной от левой части уравнения (14) по углу γ , в точке γ^* . Если знак функции положителен, то найденный центр является устойчивым, если же отрицателен – колебания относительного найденного центра являются неустойчивыми. Легко показать, что по физическому смыслу функция (15) является квадратом безразмерной частоты собственных колебаний маятника относительно найденного центра.

В конечном итоге, после нахождения координаты γ^* устойчивого центра колебаний, можно найти и явное выражение флуктуационной составляющей в соответствии с (9):

$$\Delta\gamma(\tau) = \frac{1}{v^2} [n_{xm} \sin(v\tau + \varepsilon_x) \cos \gamma^* + n_{ym} \sin(v\tau + \varepsilon_y) \sin \gamma^*] = \gamma_m \sin(v\tau + \vartheta), \quad (16)$$

в частности, найти амплитуду вынужденных колебаний относительно этого центра:

$$\gamma_m = \frac{1}{v} \sqrt{\bar{V}_{xm}^2 \cos^2 \gamma^* + \bar{V}_{ym}^2 \sin^2 \gamma^* + \bar{V}_{xm} \bar{V}_{ym} \sin 2\gamma^* \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}. \quad (17)$$

Из него, между прочим, вытекает, что если обеспечить начальные условия:

$$\begin{aligned} \gamma(0) &= \gamma^* + \frac{1}{v} (\bar{V}_{xm} \sin \varepsilon_x \cos \gamma^* + \bar{V}_{ym} \sin \varepsilon_y \sin \gamma^*); \\ \gamma'(0) &= \bar{V}_{xm} \cos \varepsilon_x \cos \gamma^* + \bar{V}_{ym} \cos \varepsilon_y \sin \gamma^*, \end{aligned} \quad (18)$$

то в маятнике сразу установятся искомые вынужденные колебания.

Предложенный метод назовем **методом баланса**, так как он основан на разделении исходного дифференциального уравнения нелинейной системы на два, полученных из идеи сбалансированности отдельно постоянных и центрированных составляющих в уравнении.

Линейная вибрация точки подвеса

Линейной назовем такую вибрацию основания, при которой точка подвеса движется в пространстве по отрезку прямой, наклоненной к плоскости горизонта. При этом колебания точки подвеса вдоль горизонтального и вертикального направлений осуществляются синхронно и синфазно, например

$$\bar{V}_{O\xi}(\tau) = \bar{V}_{xm} \sin(v\tau); \quad \bar{V}_{O\eta}(\tau) = \bar{V}_{ym} \sin(v\tau).$$

Если угол наклона линии вибрации к плоскости горизонта обозначить φ , а амплитуду скорости вибрации основания вдоль линии вибрации – \bar{V}_m , то получим

$$\bar{V}_{xm} = \bar{V}_m \cos \varphi; \quad \bar{V}_{ym} = \bar{V}_m \sin \varphi.$$

Уравнение (14), определяющее возможные положения центров колебаний преобразуется

$$\sin \gamma^* - \frac{\bar{V}_m^2}{4} \sin 2(\gamma^* - \varphi) = 0, \quad (19)$$

а условие (15) устойчивости колебаний около этого центра можно записать так:

$$\cos \gamma^* > \frac{\bar{V}_m^2}{2} \cos 2(\gamma^* - \varphi). \quad (20)$$

Частота собственных колебаний маятника определится выражением

$$\omega_0^* = \sqrt{\cos \gamma^* - \frac{\bar{V}_m^2}{2} \cos 2(\gamma^* - \varphi)}. \quad (21)$$

Соотношение (16), определяющее само решение, принимает вид

$$\gamma(\tau) = \gamma^* + \frac{\bar{V}_m}{v} \cos(\gamma^* - \varphi) \sin(v\tau + \vartheta). \quad (22)$$

Вертикальная вибрация

Рассмотрим частный случай, когда вибрация основания в горизонтальном направлении отсутствует. В этом случае $\varphi = 90^\circ$ и уравнение (19) существенно упрощается:

$$\sin \gamma^* + \frac{1}{2} \bar{V}_m^2 \sin \gamma^* \cos \gamma^* = 0. \quad (23)$$

Тригонометрическое уравнение (23) допускает такие решения:

- 1) $\gamma^* = 0$; (нижнее положение равновесия);
- 2) $\gamma^* = \pi$; (верхнее положение равновесия);
- 3) $\cos \gamma^* = -\frac{2}{\bar{V}_m^2}$; (два положения равновесия выше плоскости горизонта).

Функция устойчивости при вертикальной вибрации становится следующей:

$$\Phi(\gamma) = \cos \gamma + \frac{\bar{V}_m^2}{2} \cos 2\gamma. \quad (24)$$

Нижнее положение равновесия. В этом случае $\sin \gamma^* = 0$ и $\cos \gamma^* = 1$. Подставляя эти значения в (24), получим

$$\Phi(\gamma) = 1 + \frac{\bar{V}_m^2}{2}. \quad (25)$$

Это выражение всегда положительно, что соответствует устойчивому положению равновесию. При этом

$$\Delta\gamma(\tau) = \frac{1}{\nu} \bar{V}_m \sin(\nu\tau + \varepsilon_y) \sin \gamma^* = 0.$$

Иначе говоря, *нижнее положение равновесия при вертикальной вибрации основания всегда устойчиво, а сами вынужденные колебания имеют амплитуду, равную нулю.*

Верхнее положение равновесия. В этом случае $\sin \gamma^* = 0$, $\cos \gamma^* = -1$ и $\cos 2\gamma^* = 1$. При этом значении угла функция (24) становится равной:

$$\Phi(\gamma) = -1 + \frac{1}{2} \bar{V}_m^2. \quad (26)$$

Положительной она будет при условии

$$\bar{V}_m > \sqrt{2}. \quad (27)$$

Как и в нижнем положении равновесия, сами вынужденные колебания имеют амплитуду равную нулю. Таким образом, *верхнее положение равновесия становится устойчивым, если амплитуда скорости вибрации точки подвеса в вертикальном направлении превышает величину $\approx 1,41 \cdot V$, где*

$$V = \sqrt{\frac{gJ}{ml}} = \frac{g}{\omega_0}.$$

Другие положения равновесия. Рассмотрим положения равновесия, определяемые третьим решением соотношением. Для этого случая имеем

$$\cos \gamma^* = -\frac{2}{\sqrt{V_m^2}}; \quad \cos 2\gamma^* = 2\cos^2 \gamma^* - 1 = \frac{8}{V_m^4} - 1.$$

Чтобы эти соотношения имели смысл, необходимо выполнения условия (27). Функция устойчивости (24) в точке положения равновесия приобретает вид

$$\Phi(\gamma) = \cos \gamma^* + \frac{\bar{V}_{ym}^2}{2} \cos 2\gamma^* = \frac{2}{\sqrt{V_m^2}} - \frac{\bar{V}_{ym}^2}{2}.$$

Нетрудно видеть, что при условии (27) это выражение будет отрицательным. Это означает, что **изучаемые положения равновесия неустойчивы.**

На рис. 1 показаны (линиями с точками) графики зависимостей (25) и (26) частоты собственных колебаний относительно нижнего (синяя линия) и верхнего (красная линия) от амплитуды скорости вибрации основания в вертикальном направлении.

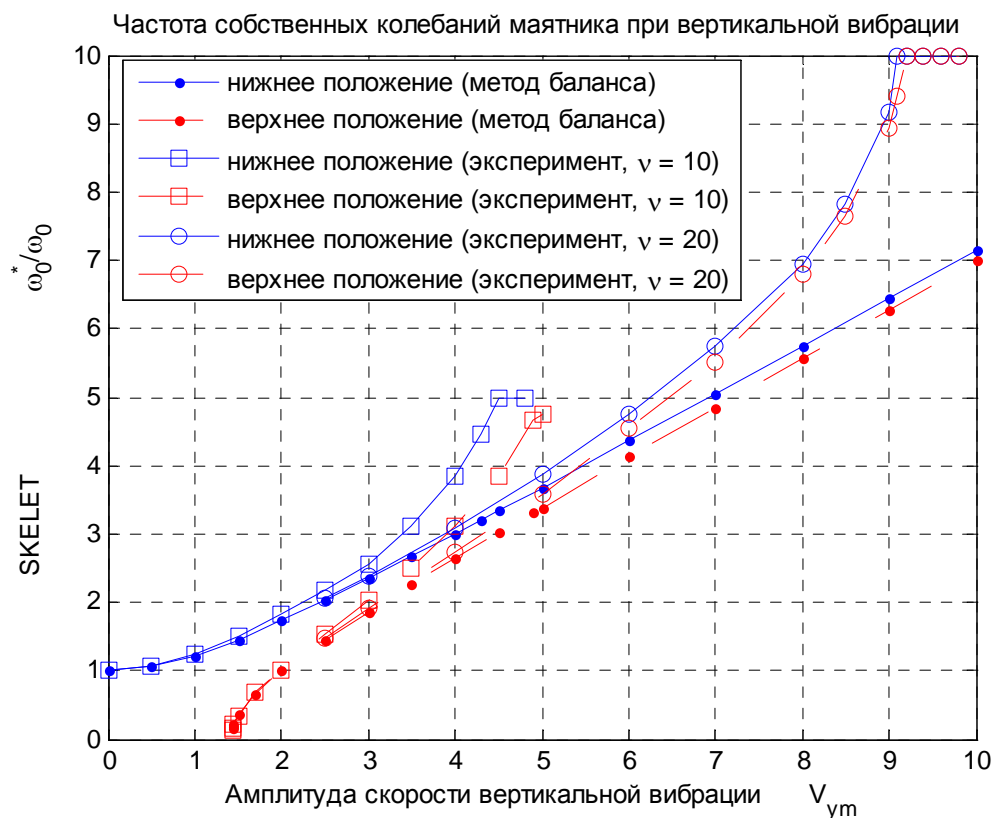


Рис. 1. Зависимость частоты собственных колебаний маятника от амплитуды скорости вертикальной вибрации основания

Обычно на это интересное явление не обращается должного внимания в литературе, хотя подход Н. Н. Боголюбова [4, с. 34] позволяет теоретически описать его при не слишком больших амплитудах вибрации основания. На том же

рисунку квадратними маркерами показані результати вимірювання частоти власних коливань при комп'ютерному моделюванні (численному інтегруванні диференціального рівняння (1)) при частоті вібрації $\nu = 10$. Кругами відмічені результати експерименту при частоті $\nu = 20$.

Нетрудно побачити, що при малих амплітудах ($\bar{V}_m < \nu/3$) вібрації методом балансу (приводящий до тих же результатів, що і метод усереднення) дає задовільне співпадіння з модельним експериментом. Однак при великих амплітудах ($\nu/2 > \bar{V}_m > \nu/3$) різниця експерименту з теорією досягає 35%. При амплітудах $\bar{V}_m > \nu/2$ коливальні режими припиняються. Спостерігається одностороннє обертання маятника.

Горизонтальна вібрація

В цьому випадку $\varphi = 0$, і рівняння (1.13) набуває вигляду

$$\sin \gamma^* - \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2} \sin \gamma^* \cos \gamma^* = 0, \quad (28)$$

а функція (15) стає такою

$$\Phi(\gamma) = \cos \gamma - \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2} \cos 2\gamma. \quad (29)$$

Рівняння (28) має рішення:

- 1) $\gamma^* = 0$ – нижнє положення рівноваги;
- 2) $\gamma^* = \pi$ – верхнє положення рівноваги;
- 3) $\cos \gamma^* = \frac{2}{\bar{V}_m^2}$ – інші положення центра коливань.

Нижнє положення рівноваги. В цьому випадку $\sin \gamma^* = 0$ і $\cos \gamma^* = 1$. Використовуючи ці значення в (29), маємо

$$\Phi(\gamma) = 1 - \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2}. \quad (30)$$

Це вираження додатно при малих амплітудах вібрації і від'ємно – при великих, т. є. при виконанні умови

$$\bar{V}_{xm} > \sqrt{2}. \quad (31)$$

Інакше кажучи, **коливання навколо нижнього положення рівноваги стійкі, якщо амплітуда віброперегрузки основи в горизонтальному напрямку підкоряється умові:**

$$\bar{V}_{xm} < \sqrt{2}, \quad (32)$$

при цьому змушені коливання відносно нижнього положення рівноваги виконуються за законом

$$\gamma(\tau) = \frac{\bar{V}_{xm}}{\nu} \sin(\nu\tau + \varepsilon_x) \quad (33)$$

и становятся неустойчивыми при амплитуде скорости, подчиняющейся условию (31).

Верхнее положение равновесия. В этом случае $\sin \gamma^* = \pi$, $\cos \gamma^* = -1$ и $\cos 2\gamma^* = 1$. Значение функции (29) при этом становится следующим

$$\Phi(\gamma) = -1 - \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2}.$$

т. е. отрицательным при любых амплитудах вибрации основания. **Колебания маятника около верхнего положения равновесия при горизонтальной вибрации основания всегда неустойчивы.**

Другие положения равновесия. Положения равновесия, определяемые условием

$$\cos \gamma^* = \frac{2}{\bar{V}_{xm}^2}, \tag{34}$$

имеют реальный смысл лишь при выполнении условия (31). При этом функция (29) приобретает вид:

$$\Phi(\gamma) = \cos \gamma - \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2} \cos 2\gamma = -\frac{2}{\bar{V}_{xm}^2} + \frac{\bar{V}_{xm}^2}{2}. \tag{35}$$

При выполнении условия (31) колебания маятника около рассматриваемых положений равновесия являются устойчивыми.

Так как косинус угла отклонения положения равновесия от вертикали в рассматриваемом случае положителен, то ему соответствуют два положения равновесия, расположенные симметрично относительно вертикали ниже точки подвеса ($|\gamma^*| < \frac{\pi}{2}$).

На рис. 2 приведены графики теоретических зависимостей (35) частоты собственных колебаний маятника около нижнего и боковых центров равновесия от амплитуды скорости вибрации основания.

Как видим, при увеличении амплитуды скорости частота колебаний относительно нижнего положения равновесия уменьшается до нуля (при $\bar{V}_{xm} = \sqrt{2}$). Частота же собственных колебаний относительно боковых центров увеличивается, начиная с нуля (при $\bar{V}_{xm} = \sqrt{2}$) до бесконечности.

Графическое представление зависимости (34) приведено на рис. 3 (линия с точками).

Вынужденные колебания относительно боковых положений равновесия происходят по закону

$$\Delta\gamma(\tau) = \frac{2}{\nu \bar{V}_{xm}} \sin(\nu\tau + \varepsilon_x) = \frac{2}{n_{xm}} \sin(\nu\tau + \varepsilon_x). \tag{36}$$

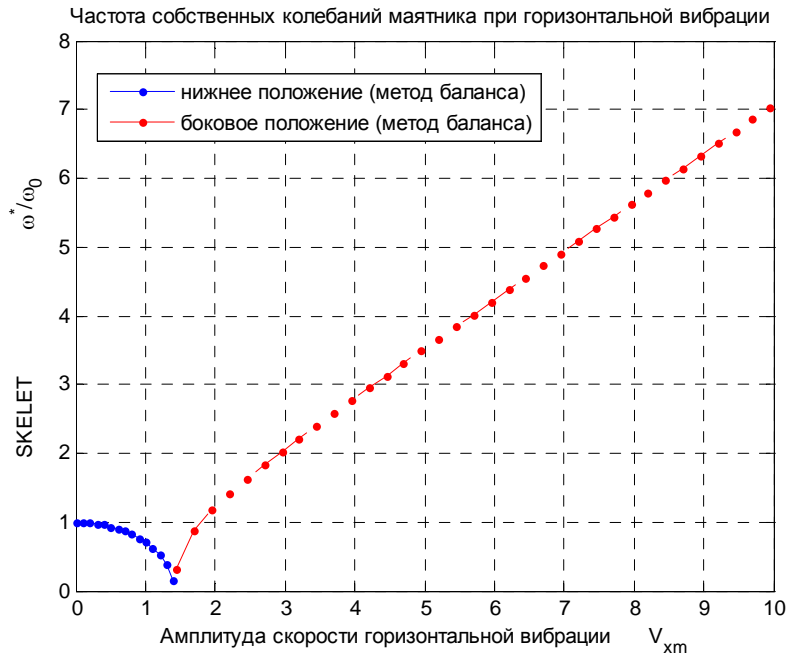


Рис. 2. Зависимость частоты собственных колебаний маятника от амплитуды скорости горизонтальной вибрации основания

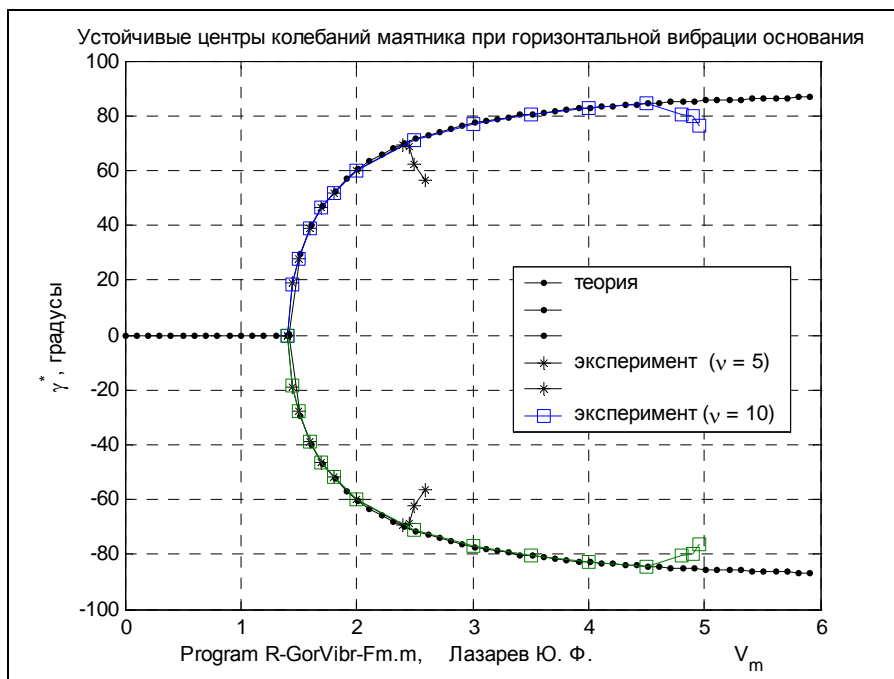


Рис. 3. Зависимость положений центров устойчивых колебаний от амплитуды скорости горизонтальной вибрации основания

Теоретическая зависимость амплитуды вынужденных колебаний от амплитуды скорости горизонтальной вибрации графически представлена на рис. 4.

На этих же рис. 3 и рис.4 показаны также соответствующие результаты, полученные модельным экспериментом для двух значений частоты вибрации основания $\nu = 5$ и $\nu = 10$.

Результаты экспериментов совпадают с предсказанными теоретически во всем диапазоне существования вынужденных колебаний. Как видно из рисунков, резкое отличие экспериментов от теории начинается при частоте $\nu = 5$ с амплитуды скорости $\bar{V}_{xm} \approx 2,4$, а при частоте $\nu = 10$ с амплитуды скорости $\bar{V}_{xm} \approx 4,5$. Эксперименты показывают, что, начиная с этих значений амплитуд скорости, вынужденные колебания, происходящие с частотой ν вибрации основания, сменяются на параметрические, частота которых вдвое меньше.

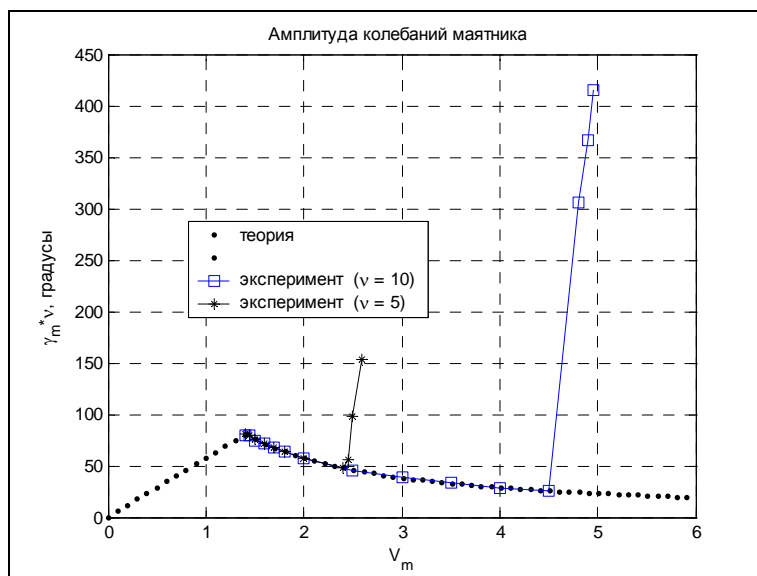


Рис. 4. Зависимость амплитуды устойчивых колебаний маятника от амплитуды скорости горизонтальной вибрации основания

Косая вибрация основания

Рисунок 5 демонстрирует графики зависимости положений устойчивых центров колебаний маятника от амплитуды скорости вибрации основания, построенных в соответствии с уравнением (14) для разных положительных значений угла наклона линии вибрации к плоскости горизонта. Графики для соответствующих отрицательных наклонов получают зеркальным отражением полученных относительно оси абсцисс.

Более подробно исследована такая зависимость для угла наклона $\varphi = 45^\circ$. На рис. 6 показан (точками) график зависимости, полученный предлагаемым методом, график зависимости, получаемой методом возмущений и экспериментальные положения центров при частоте вибрации $\nu = 10$.

Сравнение этих графиков показывает хорошее совпадение с экспериментом результатов, получаемых методом баланса. Метод возмущений в этом случае приводит к приемлемому результату только при малых амплитудах скорости $\bar{V}_m \leq 1$. При более интенсивной вибрации метод возмущений дает значительные погрешности, увеличивающиеся с ростом интенсивности вибрации. Кроме того,

метод возмущений принципіально не може визначити другий центр колибаний $> 100^\circ$, а для методу балансу це не представляє труднощів.

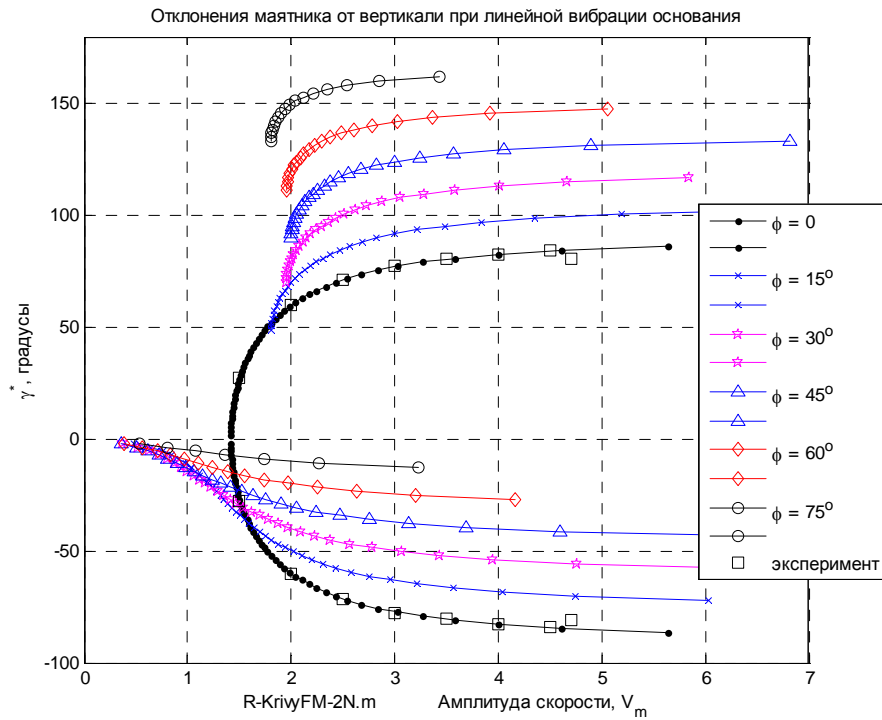


Рис. 5. Зависимость амплитуды устойчивых колебаний маятника от амплитуды скорости горизонтальной вибрации основания

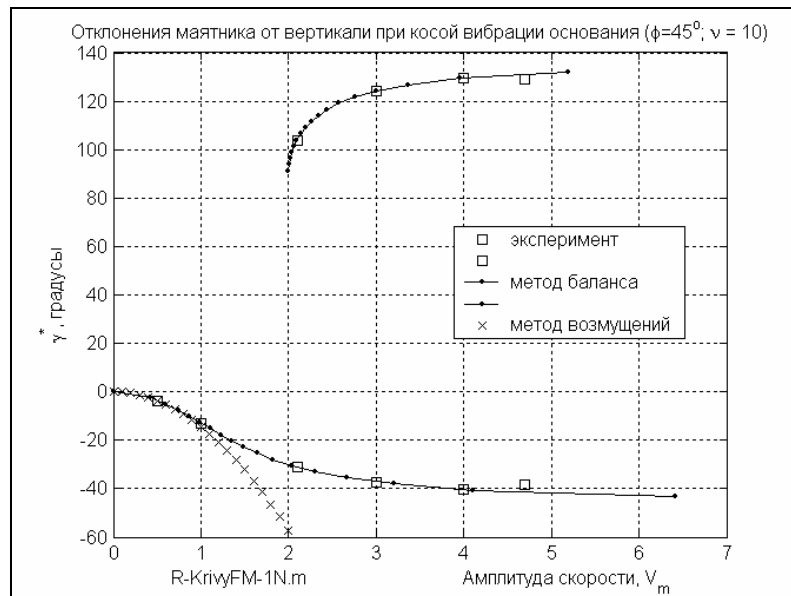


Рис. 6. Сравнение различных методов определения положения центра устойчивых колебаний

Следует также отметить, что методы возмущений и усреднения не позволяют обнаружить существование устойчивых центров колебаний, отличных от нижнего положения равновесия, при горизонтальной вибрации основания.

Выводы

Предложенный метод баланса достаточно прост и эффективен в определении параметров вынужденных колебаний нелинейной колебательной системы при интенсивном высокочастотном вибрационном возмущении. Он позволяет определить положения центров устойчивых колебаний, их амплитуду, а также частоту переходного процесса, ведущего к таким колебаниям.

Основным параметром, влияющим на положение центров вынужденных колебаний маятника, является амплитуда безразмерной скорости вибрации точки его подвеса. Частота вибрации основания не оказывает влияния на положение центров.

Амплитуда вынужденных колебаний зависит, помимо амплитуды скорости, от частоты вибрации основания, являясь величиной, обратно ей пропорциональной.

Полученные методом баланса результаты находятся в полном согласии с известными изученными ранее особенностями поведения маятника, позволяя углубить и развить как количественно, так и качественно наши представления об этом объекте.

Компьютерное моделирование показывает, что при постепенном увеличении амплитуды скорости вибрации основания, вынужденные колебания при амплитуде безразмерной скорости, близкой к половине безразмерной частоты вибрации, резко переходят в параметрические колебания. Это явление требует дополнительного изучения.

Литература

1. Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом / П.Л. Капица // Успехи физических наук. – 1951. – Т.4. – В.1. – С. 7 – 20.
2. Неспирный В.Н. Стабилизация колебаний маятника с подвижной точкой подвеса относительно наклонного равновесия. / Неспирный В.Н., Королев В.А. // Механика твердого тела. – 2009. – Вып. 39. – С. 195 – 206.
3. Стрижак Т. Г. Метод усреднения в задачах механики. – Киев-Донецк: Вища школа, 1982. – 250 с.
4. Стрижак Т. Г. Методы исследования динамических систем типа «маятник». – Алма-Ата: Наука, 1981. – 254 с.
5. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. – К.: Наукова думка, 1971. – 440 с.

*Надійшла до редакції
03 лютого 2013 року*

© Лазарев Ю. Ф., Мураховский С. А., 2013