

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»
Кафедра приборов и систем ориентации и навигации

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине
«Навигационные приборы и системы»

Лабораторная работа

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ
ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ
СО СВОБОДНОЙ В АЗИМУТЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ**

Составитель Мелешко В.В.

Киев 2010

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНС СО СВОБОДНОЙ В АЗИМУТЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

1. Цель работы – изучение основных свойств платформенной инерциальной навигационной системы полуаналитического типа, приобретение навыков моделирования и исследования ИНС.

2. Основные теоретические сведения

Как известно [1], инерциальные навигационные системы (ИНС) реализуют метод счисления пути. Задача счисления пути реализуется ИНС в географической системе координат (сопровождающем трехграннике). В то же время в изучаемой ИНС платформа с расположенными на ней акселерометрами не управляется в азимуте, а значит, совершает видимый уход, вращаясь относительно вертикальной оси. Как показано в [1], в этом случае переносные и кориолисовы ускорения не вызывают методических погрешностей. Для перехода же к географическим координатам необходимо преобразование ускорений или скоростей из свободной в азимуте системы координат к географической.

На рис.3.1. приведена структурно-кинематическая схема инерциальной навигационной системы полуаналитического типа со свободной в азимуте ориентацией акселерометров. В этой системе платформа выдерживает положение осей чувствительности акселерометров по осям свободной в азимуте системы координат.

Математической моделью идеальной платформы являются уравнения идеальной работы. При учете различных возмущающих факторов приходят к уравнениям реальной работы. Разность решений уравнений реальной и идеальной работы соответствует уравнениям ошибок. Эта разность может быть получена численно после численного решения указанных уравнений на ЭВМ. Уравнения ошибок могут быть получены аналитически (в данной работе не рассматриваются). Ошибки, полученные численно, должны соответствовать ошибкам, полученным аналитически с небольшой допустимой погрешностью, поскольку и численные и аналитические решения являются приближенными.

В данной работе приведен только конечный вид уравнений идеальной и реальной работы.

Уравнения работы ИНС

Положение связанной с платформой системы координат $Oxuz$ должно воспроизводить положение свободной в азимуте системы координат $O\xi_c\eta_c\zeta_c$.

Угловое положение системы $O\xi_c\eta_c\zeta_c$ относительно $O\xi\eta\zeta$ определено углом ε , непрерывно меняющимся во времени (рис.3.1)

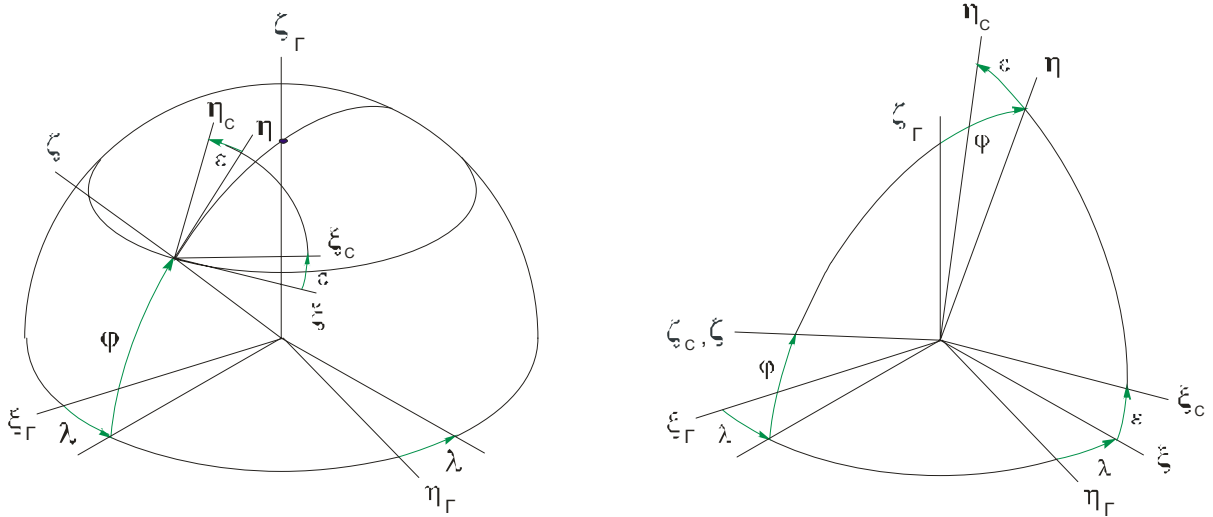


Рис.3.1. Кинематический чертёж

Свяжем с платформой систему координат $Oxyz$, которая в начальном положении совпадает с системой $O\xi_c\eta_c\zeta_c$

Абсолютную скорость движения объекта в проекции на ось Ox обозначим V_1 , а в проекции на ось Oy - V_2 ; ускорение движения на эти же оси - W_1 и W_2 . Уравнения идеальной работы (алгоритм работы) будут соответствовать структурной схеме ИНС (рис.3.2). В соответствии со структурной схемой

$$V_1 = \int_0^t W_1 dt + V_{10}; \quad V_2 = \int_0^t W_2 dt + V_{20};$$

где V_{10} и V_{20} - начальные значения скоростей.

Им соответствуют дифференциальные уравнения $\dot{V}_1 = W_1, \dot{V}_2 = W_2$.

Если известны абсолютные скорости движения V_1 и V_2 , по ним можно найти восточную и северную составляющие скорости:

$$V_E = V_1 \cos \varepsilon - V_2 \sin \varepsilon; \quad V_N = V_1 \sin \varepsilon + V_2 \cos \varepsilon.$$

Положим, что вертикальная составляющая скорости равна нулю. Эти скорости определяют проекции абсолютной угловой скорости ГСП на оси географического сопровождающего трехгранника:

$$\omega_\xi = -V_N / R_2; \quad \omega_\eta = V_E / R_1,$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны Земной поверхности.

Главный радиус кривизны R_1 , соответствующий направлению касательной к параллели, соответствует выражению $R_1 = a / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} + h$ или, приближенно, после разложения в ряд $R_1 = a(1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi) + h$.

Главный радиус кривизны в плоскости меридиана $R_2 = a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} + h$ или, приближенно, после разложения в ряд $R_2 = a(1 - e^2 + \frac{3}{2}e^2 \sin^2 \varphi) + h$.

Проекция угловой скорости гиросtabilизированной платформы (ГСП) на ее оси будут совпадать с проекциями угловой скорости свободного в азимуте трехгранника:

$$\omega_{\xi c} = \omega_{\xi} \cos \varepsilon + \omega_{\eta} \sin \varepsilon = -\frac{V_N}{R_2} \cos \varepsilon + \frac{V_E}{R_1} \sin \varepsilon;$$

$$\omega_{\eta c} = -\omega_{\xi} \sin \varepsilon + \omega_{\eta} \cos \varepsilon = \frac{V_N}{R_2} \sin \varepsilon + \frac{V_E}{R_1} \cos \varepsilon.$$

Угол поворота платформы вычисляют по формуле

$$\varepsilon = -(V_E / R_1) \operatorname{tg} \varphi .$$

После преобразований получим

$$\omega_{\xi c} = -V_2 / R_1 - (e^2 \cos^2 \varphi / a) V_N \cos \varepsilon;$$

$$\omega_{\eta c} = V_1 / R_1 - (e^2 \cos^2 \varphi / a) V_N \sin \varepsilon;$$

С такими угловыми скоростями необходимо вращать платформу, чтобы она была горизонтальной.

Скорость изменения широты и абсолютной долготы вычисляют по формулам

$$\dot{\varphi} = V_N / R_2; \quad \dot{\Lambda} = V_E / (R_1 \cos \varphi);$$

После интегрирования получают относительную долготу и восточную составляющую относительной линейной скорости

$$\dot{\varphi} = V_N / R_2; \quad \dot{\Lambda} = V_E / (R_1 \cos \varphi);$$

Перейдем к составлению уравнений реальной работы.

Составим матрицу направляющих косинусов углов между осями $O\xi_c \eta_c \zeta_c$ и $Oxuz$ с учетом малости углов α_i , определяющих погрешности ориентации ГСП (рис.3.3):

	ξ_c	η_c	ζ_c
x	1	α_3	$-\alpha_2$
y	$-\alpha_3$	1	α_1
z	α_2	$-\alpha_1$	1

При наличии погрешностей α_i проекция угловой скорости трехгранника $O\xi_c \eta_c \zeta_c$ на оси платформы можно записать (с учетом $\omega_{\xi c} = 0$)

$$\omega_{\xi n} = \omega_{\xi c} + \omega_{\eta c} \alpha_3;$$

$$\omega_{\eta n} = \omega_{\eta c} - \omega_{\xi c} \alpha_3;$$

$$\omega_{\zeta n} = \omega_{\xi c} \alpha_2 - \omega_{\eta c} \alpha_1.$$

Учитывая, что абсолютная угловая скорость ГСП определяется суммой относительной и переносной скоростей, запишем проекции абсолютной угловой скорости ГСП на ее оси:

$$\omega_x = \dot{\alpha}_1 + \omega_{\xi n}; \quad \omega_y = \dot{\alpha}_2 + \omega_{\eta n};$$

$$\omega_z = \dot{\alpha}_3 + \omega_{\zeta n}.$$

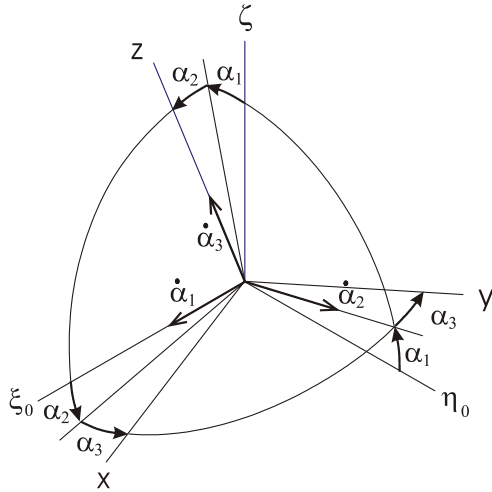


Рис.3.3. Углы поворота платформы

С другой стороны, составляющие абсолютной угловой скорости ГСП определяются действием корректирующих моментов и собственными дрейфами ГСП:

$$\omega_x = \alpha_1 + \omega_{\xi n} = M_x / H + \delta\omega_x;$$

$$\omega_y = \alpha_2 + \omega_{\eta m} = M_y / H + \delta\omega_y;$$

$$\omega_z = \alpha_3 + \omega_{\zeta n} = M_z / H + \delta\omega_z.$$

где $M_i (i = x, y, z)$ - моменты коррекции, определяющие движение по i -й оси; $\delta\omega_i$ - дрейфы ГСП по i -й оси.

Моменты коррекции M_i можно поставить в соответствие вычисленным угловым скоростям коррекции $\omega'_{\xi c}, \omega'_{\eta c}$:

$$M_x = K_1 \omega'_{\xi c}; \quad M_y = K_2 \omega'_{\eta c},$$

где K_i - крутизна характеристик каналов коррекции.

Представим $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ в виде

$$\omega_x = \frac{K_1}{H} \omega'_{\xi c} + \delta\omega_x;$$

$$\omega_y = \frac{K_2}{H} \omega'_{\eta c} + \delta\omega_y; \quad \omega_z = \delta\omega_z.$$

Обозначим $K_i / H = h_k$. Очевидно, что необходимо стремиться (если не учитывать дрейф ГСП) к соотношению $h_k = 1$.

Введем относительную погрешность канала управления δh_k : $h_k = 1 + \delta h_k$. Приравняв правые части записанных уравнений двух систем угловых скоростей, записываем уравнения движения ГСП:

$$\dot{\alpha}_1 = -\omega_{\xi c} + \omega_{\eta c} \alpha_3 + (1 + \delta h_k) \omega'_{\xi c} + \delta\omega_x;$$

$$\dot{\alpha}_2 = \omega_{\xi c} \alpha_3 - \omega_{\eta c} + (1 + \delta h_k) \omega'_{\eta c} + \delta\omega_y;$$

$$\dot{\alpha}_3 = \omega_{\eta c} \alpha_1 - \omega_{\xi c} \alpha_2 + \delta\omega_z.$$

Запишем ускорение движения объекта в проекциях на оси в виде

$$\dot{V}_1 = W_{\xi c} = R_{\xi c} \dot{\omega}_{\eta c};$$

$$\dot{V}_2 = W_{\eta c} = -R_{\eta c} \dot{\omega}_{\xi c};$$

$$W_{\xi c} = -V_2^2 / R_{\eta c} - V_1^2 / R_{\xi c} = -V_N^2 / R_2 - V_E^2 / R_1.$$

Кажущиеся ускорения, измеряемые акселерометрами, можно представить в виде

$$W_1 = \dot{V}_1 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \varepsilon + (\dot{V}_2 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \varepsilon) \alpha_3 - (g_0 - V_N^2 / R_2 - V_E^2 / R_1) \alpha_2;$$

$$W_2 = -\alpha_3 (\dot{V}_1 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \varepsilon) + \dot{V}_2 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \varepsilon + (g_0 - V_N^2 / R_2 - V_E^2 / R_1) \alpha_1,$$

где g_0 - гравитационное ускорение.

Если ввести поправку на несовпадение гравитационной и географической вертикалей, получим:

$$W_1' = \dot{V}_1 - \dot{V}_2 \alpha_3 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi (\sin \varepsilon + \alpha_3 \cos \varepsilon) - (g_0 - V_N^2 / R_2 - V_E^2 / R_1) \alpha_2 + R_1' u^2 \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon';$$

$$W_2' = -\dot{V}_1 \alpha_3 + \dot{V}_2 - R_1 u^2 \sin \varphi \cos \varphi (\cos \varepsilon - \alpha_3 \sin \varepsilon) - (g_0 - V_N^2 / R_2 - V_E^2 / R_1) \alpha_1 + R_1' u^2 \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon'.$$

С учетом инструментальных погрешностей акселерометров и интеграторов запишем выражения для производных от абсолютных скоростей:

$$\dot{V}_1' = (W_1' (1 + \delta h_a) + \delta a + R_1' u^2 \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon') (1 + \delta h_k) + \delta \dot{V};$$

$$\dot{V}_2' = (W_2' (1 + \delta h_a) + \delta a + R_1' u^2 \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon') (1 + \delta h_k) + \delta \dot{V},$$

где δh_a и δh_k - нестабильность масштабных коэффициентов соответственно акселерометра и интегратора; δa - смещение нуля акселерометра; $\delta \dot{V}$ - смещение нуля первого интегратора.

Главные радиусы кривизны R_1 и R_2 вычисляем в виде

$$R_1' = a \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi' \right);$$

$$R_2' = a \left(1 - e^2 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi' \right),$$

где φ' - приборные значения широты.

Приборные значения V_E' и V_N' на основании алгоритма функционирования идеальной системы будут

$$V_E' = V_1' \cos \varepsilon' - V_2' \sin \varepsilon';$$

$$V_N' = V_1' \sin \varepsilon' + V_2' \cos \varepsilon'.$$

проекция угловой скорости географического трехгранника на его оси

$$\omega_\xi' = -V_N' / R_2'; \quad \omega_\eta' = V_E' / R_1'.$$

Приборные значения широты φ' , долготы λ' и угла платформы ε' с учетом инструментальных погрешностей их интеграторов определяют дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}' &= -\omega_{\xi}'(1 + \delta h_{\varphi}) + \delta \dot{\varphi}; \\ \dot{\Lambda}' &= \omega_{\eta}' \sec \varphi' (1 + \delta h_{\lambda}) + \delta \dot{\lambda}; \quad \lambda' = \Lambda' - ut; \\ \dot{\varepsilon}' &= -\omega_{\eta}' \operatorname{tg} \varphi' (1 + \delta h_{\lambda}) + \delta \dot{\varepsilon},\end{aligned}$$

где $\delta h_{\varphi}, \delta h_{\lambda}, \delta h_{\varepsilon}$ - нестабильность масштабных коэффициентов интеграторов соответственно $\varphi, \lambda, \varepsilon$;

$\delta \varphi, \delta \lambda, \delta \varepsilon$ - смещение нуля интеграторов соответственно.

Приборные значения проекций угловой скорости трехгранника можно определить, подставляя в выражения для $\omega_{\xi c}, \omega_{\eta c}$ приборные значения параметров.

В итоге приведем совокупность уравнений ИНС со свободной в азимуте ориентацией акселерометров.

Уравнения идеальной работы (алгоритм Климова):

$$\begin{aligned}R_1 &= a(1 + \frac{1}{2}e^2 \sin^2 \varphi); R_2 = a(1 - e^2 + \frac{3}{2}e^2 \sin^2 \varphi); \\ W_1 &= W_x - u^2 R_1 \sin \varphi \cos \varphi \sin \varepsilon; \\ W_2 &= W_y - u^2 R_1 \sin \varphi \cos \varphi \cos \varepsilon; \\ W_x, W_y &- \text{относительные ускорения} \\ \dot{V}_1 &= W_1; \dot{V}_2 = W_2; \\ V_E &= V_1 \cos \varepsilon - V_2 \sin \varepsilon; \quad V_N = V_1 \sin \varepsilon + V_2 \cos \varepsilon; \\ \omega_{\xi c} &= -V_2 / R_1 - (e^2 \cos^2 \varphi / a) V_N \cos \varepsilon; \\ \omega_{\eta c} &= V_1 / R_1 - (e^2 \cos^2 \varphi / a) V_N \sin \varepsilon; \\ \dot{\varphi} &= V_N / R_2; \quad \dot{\Lambda} = V_E / (R_1 \cos \varphi); \\ \lambda &= \Lambda - ut; \quad v_E = V_E - u R_1 \cos \varphi.\end{aligned}$$

Уравнения реальной работы:

$$R_1' = a(1 + \frac{1}{2}e^2 \sin^2 \varphi'); R_2' = a(1 - e^2 + \frac{3}{2}e^2 \sin^2 \varphi');$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1' &= [(\dot{V}_1 + \dot{V}_2 \alpha_3 - u^2 R_1 \sin \varphi \cos \varphi (\sin \varepsilon + \alpha_3 \cos \varepsilon) - \\ & - (g_0 - V_2^2 / R_1 - V_1^2 / R_2) \alpha_2)(1 + \delta h_a) + \delta a + u^2 R_1' \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon'] (1 + \delta h_u) + \delta \dot{V}; \\ \dot{V}_2' &= [(\dot{V}_2 + \dot{V}_1 \alpha_3 - u^2 R_1 \sin \varphi \cos \varphi (\sin \varepsilon + \alpha_3 \cos \varepsilon) - \\ & - (g_0 - V_2^2 / R_1 - V_1^2 / R_2) \alpha_1)(1 + \delta h_a) + \delta a + u^2 R_1' \sin \varphi' \cos \varphi' \sin \varepsilon'] (1 + \delta h_u) + \delta \dot{V}; \\ V_E' &= V_1' \cos \varepsilon' - V_2' \sin \varepsilon'; \quad V_N' = V_1' \sin \varepsilon' + V_3' \cos \varepsilon'; \\ \omega_{\xi c}' &= -V_2' / R_1' - (e^2 \cos^2 \varphi' / a) V_N' \cos \varepsilon'; \\ \omega_{\eta c}' &= V_1' / R_1' - (e^2 \cos^2 \varphi' / a) V_N' \sin \varepsilon'; \\ \dot{\alpha}_1 &= -\omega_{\xi c}' - \omega_{\eta c}' \alpha_3 + \omega_{\xi c}' (1 + \delta h_k) + \delta \omega_x; \\ \dot{\alpha}_2 &= \omega_{\xi c}' \alpha_3 - \omega_{\eta c}' + \omega_{\eta c}' (1 + \delta h_k) + \delta \omega_y; \\ \dot{\alpha}_3 &= \omega_{\eta c}' \alpha_1 - \omega_{\xi c}' \alpha_2 + \delta \omega_z; \\ \dot{\varphi}' &= (V_N' / R_2')(1 + \delta h_\varphi) + \delta \dot{\varphi}; \\ \dot{\lambda}' &= (V_E' / (R_1 \cos \varphi')) (1 + \delta h_\lambda) + \delta \dot{\lambda}; \\ \dot{\varepsilon}' &= -(V_E' / R_1') \operatorname{tg} \varphi' (1 + \delta h_\varepsilon) + \delta \dot{\varepsilon}; \end{aligned}$$

Текст программы с обозначениями приведен в приложении.

3. Задания к работе

1. Провести численное исследование, составить и исследовать математическую модель, сопоставить результаты численного и аналитического исследований влияния следующих факторов на погрешности ИНС:
 - 1) погрешностей начального горизонтирования;
 - 2) погрешностей начальной выставки в азимуте;
 - 3) погрешностей начальной выставки скоростей;
 - 4) погрешностей начальной выставки широты и долготы;
 - 5) угловой скорости дрейфов гироскопов горизонтальных каналов;
 - 6) угловой скорости дрейфа гироскопа азимутального канала;
 - 7) смещения нуля акселерометров;
 - 8) смещение нулей первых интеграторов;
 - 9) смещение нулей вторых интеграторов;
 - 10) нестабильности масштабного коэффициента (коэффициента передачи) акселерометров;
 - 11) нестабильности коэффициента передачи первых интеграторов;

- 12) нестабильности коэффициента передачи вторых интеграторов;
- 13) нестабильности коэффициента передачи контура коррекции.
2. Выработать требования к элементам ИНС, обеспечивающие указанные преподавателем характеристики точности ИНС.
3. Численно исследовать влияние пренебрежением высотой полета.
4. Численно исследовать влияние вертикальной скорости.
5. Исследовать влияние обрыва цепи коррекции угловых скоростей на несферичность Земли.
6. Исследовать поведение ИНС при изменении полярности сигнала коррекции на датчик момента гироскопа.
7. Численно исследовать влияние пренебрежением несферичностью Земли.
8. Исследовать поведение ИНС при погрешности ввода радиуса Земли (радиусов кривизны эллипсоидов) в 1%, 5%.
9. Численно исследовать погрешности ИНС в течение суток. Сравнить результаты с результатами аналитических исследований.
10. Исследовать влияние погрешностей задания угловой скорости вращения Земли на погрешности ИНС. Оценить допустимую погрешность задания.
11. Численно исследовать влияние пренебрежением учета составляющих центробежного ускорения от вращения Земли в сигнале акселерометров.
12. Численно исследовать влияние дрейфа нуля интегратора азимутального канала.
13. Численно исследовать нестабильность коэффициента передачи интегратора азимутального канала.
14. Сравнить результаты исследования для ИНС со свободной в азимуте ориентацией акселерометров и ИНС с географической ориентацией акселерометров.

4. Контрольные вопросы

1. Чем уравнения реальной работы отличаются от уравнений идеальной работы?
2. Как получают уравнения идеальной работы?
3. Как в системе используют гироскопы?
4. Как в системе используют акселерометры?
5. Что такое «кажущееся ускорение»?
6. Какую задачу решает преобразователь координат?
7. Как платформу располагают на объекте?
8. Зачем в системе нужны интеграторы?
9. Как учитывается несферичность Земли?
10. Какие преобразования координат выполняются в системе?
11. Какие возмущающие факторы не учтены в приведенных реальных уравнениях работы?
12. Какой сопровождающий трехгранник используется в этой системе?

5. Содержание отчета

Отчет должен содержать ответы на поставленные вопросы в виде текста или графиков. Рекомендуемый объем отчета до 7 стр. Отчет может быть представлен как в печатном, так и в рукописном виде, с титульным листом.

6. Литература

1. Самотокин Б.Б., Мелешко В.В., Степанковский Ю.В. Навигационные приборы и системы.-К.:Вища школа, 1986.-324 с.
2. Климов Д.М. Инерциальная навигация на море.-М.: Наука, 1984, 115 с.