

зокрема. Досліджуєма проблема досить складна і багатогранна, тому наведений матеріал висвітлює деякі принципові для осмислення аспекти. Разом з тим, визначення примусового руху механічної системи приладу під дією проникаючих хвильових чинників слугує підґрунтям для науково обґрунтованих висновків щодо напрямів подальших досліджень.

### Література

1. Данилин В.П. Гирокоспические приборы. – М.: «Высшая школа», 1965. – 539 с.
2. Ривкин С.С. Теория гирокоспических устройств: Учебное пособие в 2-х ч. – Л.: Судпромгиз, 1962.
3. Ткачев Л.И. Системы инерциальной ориентировки: Учебное пособие. – М.: МЭИ, 1973. – 213 с.
4. Draper C.S., Wrigley W. And Grohe L.R. The Floating Intergating Gyro and its Application to Geometrical Stabilization Problems on Mooving Bases. Aero. Eng. Rev., vol. 15, № 6, June, 1956. – P. 39-44.
5. Карачун В.В., Каюк Я.Ф., Мельник В.Н. Волновые задачи поплавкового гироскопа. – К.: «Корнейчук», 2007. – 228 с.
6. Kennard E.H. The new Approach Shell Theory circular Cylinders. – J. Appl. Mech., 1953, 20, № 1. – P. 71-79.

**Кладун Е.А. Анализ возмущенного состояния поплавка гироскопа вследствие дифракции звуковых волн на щели.**

Определяются координатные функции упруго-податливой внешней оболочки двухстепенного поплавкового гироскопа. Приводится анализ возмущенного состояния поверхности под действием дифракционной акустической волны, которая поступает в прибор сквозь щель заданных типоразмеров.

**Kladun O.A. The analysis of a perturbed state of a float of the gyro owing to diffraction of sound waves on a slot.**

The coordinate functions of an elastic - yielding outer shell two-powermode of a floated-type gyroscope are determined. The analysis of a perturbed state of a surface under operating of a diffraction acoustic wave is resulted, which one acts in the device through a slot of given type sizes.

*Надійшла до редакції  
6 квітня 2006 року*

УДК 629.1.05

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ГИРОКОМПАСИРОВАНИЕ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ

<sup>1)</sup>Мелешко В.В., <sup>2)</sup>Габбасов С.М., <sup>2)</sup>Корнейчук В.В., <sup>2)</sup>Манохин В.И., <sup>3)</sup>Скуднева О.В.,

<sup>1)</sup>Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина; <sup>2)</sup>РПКБ, г.Раменское, Россия; <sup>3)</sup>МГТУ им.Баумана, г.Москва, Россия

*Рассматривается точность гирокомпасирования в условиях азимутальных колебаний объекта, оценка и учет влияния составляющих ухода гироскопов*

### Введение

Аналитическое гирокомпасирование состоит в определении азимутального угла платформы по сигналам каналов горизонтальной интегрально-

позиционной коррекции. С целью устранения влияния систематических составляющих угловой скорости ухода гироскопов платформы сигналы снимают в двух положениях платформы, отличающихся по азимутальному углу на 180 градусов. Такой режим называют двойным аналитическим гирокомпасированием. После обработки сигналов двух положений получают искомый азимутальный угол, а также значения систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов горизонтальных каналов. Характеристики режима гирокомпасирования – время и точность (погрешность).

Условия выставки платформы на объекте усложняются, когда объект испытывает возмущения, вызывающие его колебания. Это могут быть ветровые колебания или работы по обслуживанию объекта.

Подобных научно-технических исследований в литературе не приведено. Поэтому целью работы являлось исследование основных характеристик гирокомпасирования и поиск возможных путей их улучшения.

### Исследование погрешностей в условиях азимутальных колебаний объекта

На рис.1 показана схема интегрально-позиционной горизонтальной коррекции.

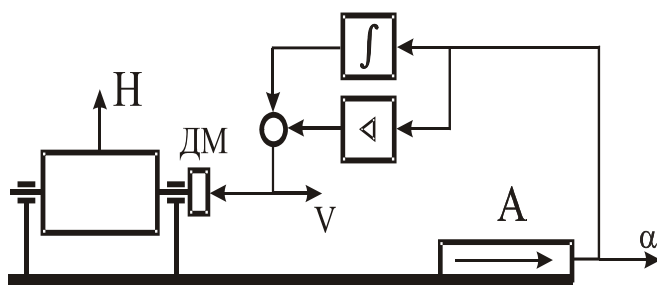


Рис. 1. Схема интегрально-позиционной горизонтальной коррекции, где:  $\alpha$  - угол отклонения от горизонта,  $V$  – проекция линейной скорости объекта из-за вращения Земли,  $A$  - акселерометр, ДМ – латчик момента гироскопа

Для описания работы системы введем следующие системы координат (рис.2, 3):  $EN\zeta$  - географический базис,  $\xi\eta\zeta$  - произвольно расположенный в азимуте горизонтальный базис (назовем его опорным),  $хуz$  – связанный с платформой базис,  $V$  – абсолютная линейная скорость точки Земли, а также  $\chi$  – азимутальный угол платформы,  $R$  – радиус сферической Земли,  $\varphi$  - широта места ;  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  - углы поворота платформы относительно базиса  $\xi\eta\zeta$  .

Уравнения движения платформы могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_x &= -V_y / R + u_\zeta \alpha_y - u_\xi - u_\eta \alpha_z + \varepsilon_x, \\ \dot{\alpha}_y &= V_x / R - u_\zeta \alpha_x - u_\eta + u_\xi \alpha_z + \varepsilon_y, \\ \dot{\alpha}_z &= u_\eta \alpha_x - u_\xi \alpha_y + \varepsilon_z, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_x &= -k_u g(\alpha_y + \varepsilon_a) - k_n \dot{\alpha}_y, \\ \dot{V}_y &= k_u g(\alpha_x + \varepsilon_a) + k_n \dot{\alpha}_x,\end{aligned}$$

где  $u_\xi = -u_N \sin \chi$ ,  $u_\eta = u_N \cos \chi$ ,  $u_N = u \cos \varphi$ ,  $u_\zeta = u \sin \varphi$ ,  
 $u$  – скорость вращения Земли.

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_i, \quad i = x, y, z. \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}_i = -\mu_i \tilde{\varepsilon}_i + \sigma_i \sqrt{2\mu_i} w$$

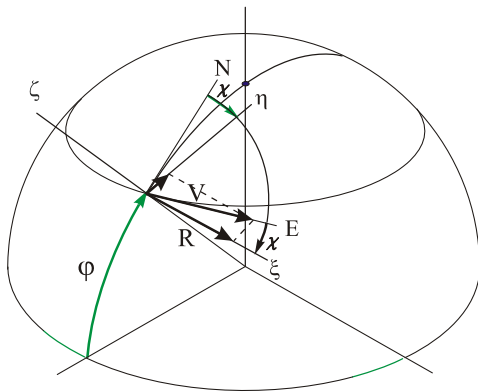


Рис.2. Сопровождающие базисы

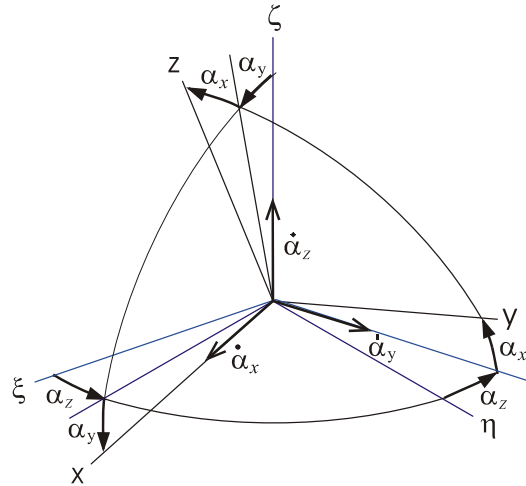


Рис.3. Системы координат и углы поворота

Здесь  $k_u$ ,  $k_n$  - коэффициенты передачи интегрального и позиционного контуров соответственно;  $\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_i, i = x, y, z$  - угловые скорости ухода гироскопов, состоящие из систематической  $\bar{\varepsilon}$  и случайной  $\tilde{\varepsilon}$  составляющих;  $\chi = \bar{\chi} + \tilde{\chi}$  - азимутальный угол платформы, состоящий из систематической  $\bar{\chi}$  и случайной  $\tilde{\chi}$  составляющих,  $\varepsilon_a$  - систематическая ошибка акселерометра.

Азимутальный угол платформы определяют по выходным сигналам горизонтальной коррекции, соответствующим составляющим абсолютной линейной скорости объекта из-за вращения земли:  $\chi_{np} = \arctg(V_y/V_x)$ . Ошибка определения азимутального угла  $\Delta\chi = \chi_{np} - \bar{\chi}$ .

На рис.4 показан результат моделирования гироскомпасирования при систематических составляющих угловых скоростей дрейфа гироскопов 3 °/час (соответствует гироскопу ГВК-6). Из рис.4 видно, что погрешность гироскомпасирования слишком велика (35°).

Известное решение для устранения влияния систематических уходов гироскопов - режим двойного гироскомпасирования.

В этом случае сигналы снимают в двух положениях платформы, отличающихся по азимутальному углу на 180 градусов. После обработки сигналов двух положений получают искомый азимутальный угол, а также значения систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов горизонтальных

каналов по формулам

$$\chi_{np} = \arctg((V_{y1} - V_{y2}) / (V_{x1} - V_{x2})) ;$$

$$\bar{\varepsilon}_x = (V_{x1} + V_{x2}) / 2R , \quad \bar{\varepsilon}_y = (V_{y1} + V_{y2}) / 2R .$$

Здесь индексами 1,2 обозначены сигналы в разных положениях платформы.

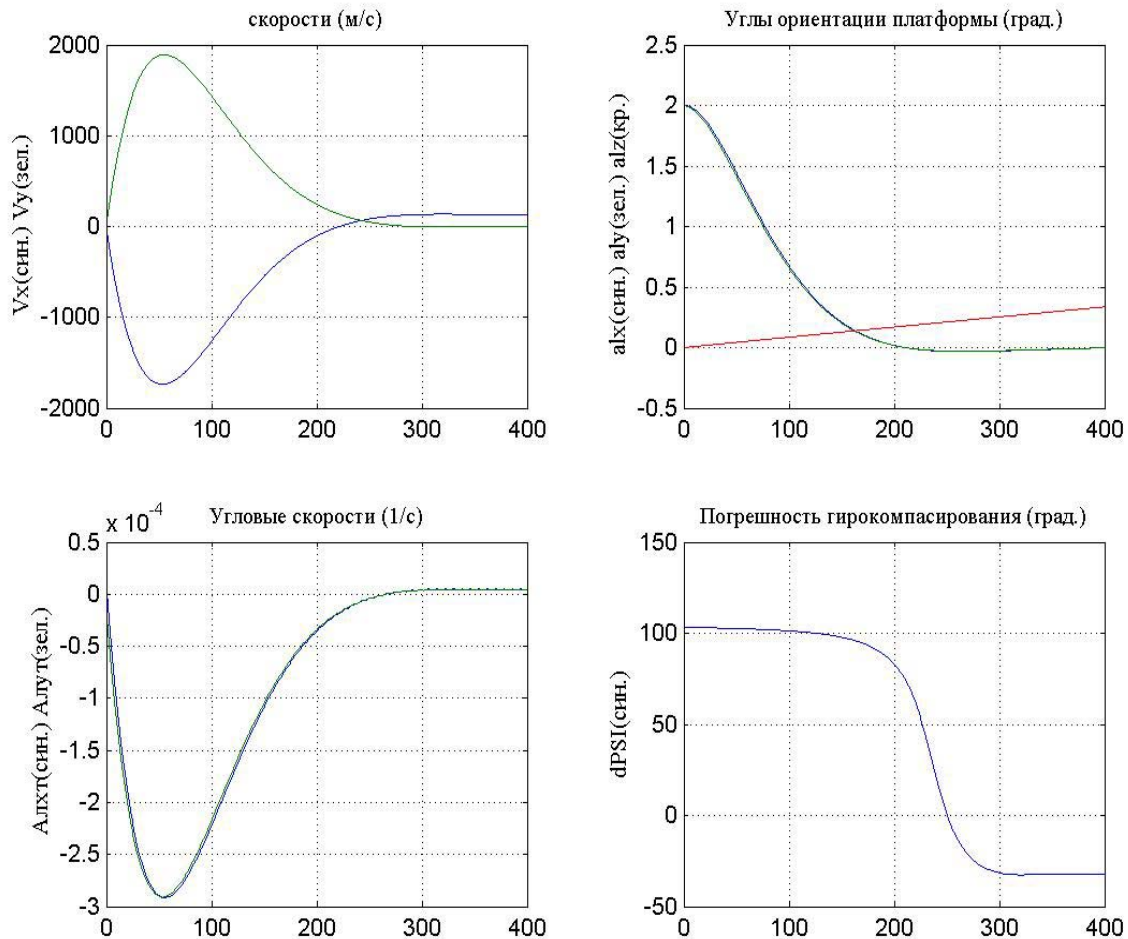


Рис.4. Параметры гирокомпасирования при систематических составляющих ухода гироскопов 3 град./ч в течение 400 с

При моделировании двойного гирокомпасирования в условиях азимутальных колебаний объекта видно, что азимутальные колебания заметно сглаживаются за счет небольших скоростей коррекции платформы, а уход гироскопа азимутального канала дает существенную ошибку (рис.5). Необходима калибровка и компенсация ухода азимутального гироскопа или удерживание платформы в азимуте по датчику угла гироскопического курса.

На рис. 5, 6 показаны результаты, когда объект имеет азимутальные колебания с амплитудой  $1^\circ$  и периодом 8 с. Они сглаживаются платформой до амплитуды  $0,05^\circ$  (в 20 раз). После численного осреднения на конечном участке (рис.6)

они практически незаметны.

На погрешность двойного гирокомпасирования влияет погрешность поворота платформы на угол 180 градусов от ее начального положения, определяемая погрешностью датчика угла и следящей системы.

Погрешность от неточности задания азимутального положения платформы соответствует половине неточности задания .

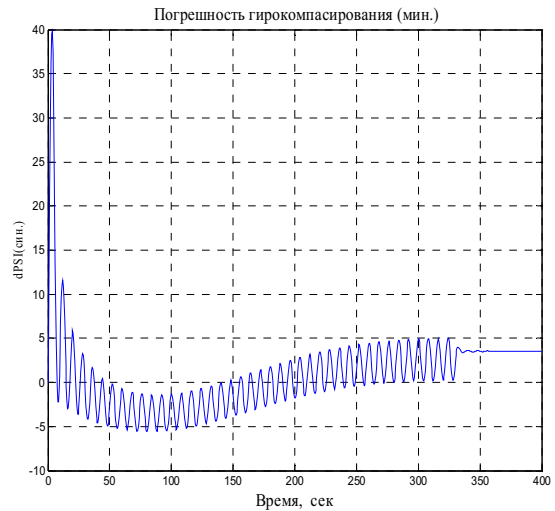
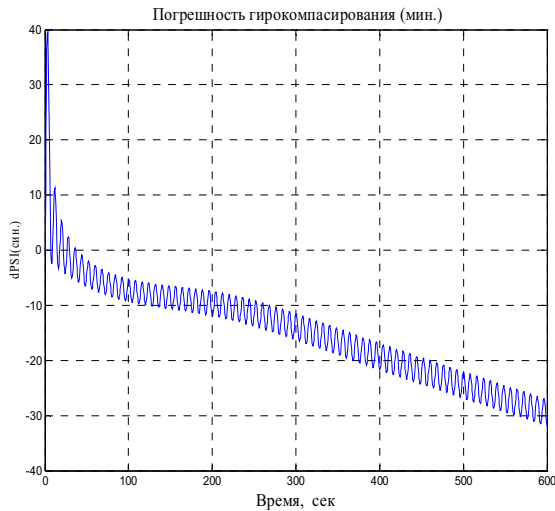


Рис.5. Погрешности двойного гирокомпасирования при систематических составляющих ухода гироскопов 3 град/ч

Рис.6. Погрешности при учете дрейфа азимутального гироскопа или удерживании в азимуте по датчику угла с осреднением в последние 30 с

Таким образом, при начальных ошибках платформы  $\alpha_{x0} = 2^\circ$ ,  $\alpha_{y0} = 2^\circ$ ,  $\alpha_{z0} = 0^\circ$ , широте  $\varphi = 60^\circ$ , курсе объекта  $30^\circ$ , систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов  $\bar{\varepsilon}_i = 3$  град./час,  $i = x, y$ , некомпенсированной составляющей ухода азимутального гироскопа  $\bar{\varepsilon}_z = 0,3$  град./час, случайных составляющих ухода 0,01 град./час, смещении нуля акселерометра  $10^{-5}g$ , коэффициенте передачи интегратора  $k_u = 250$ , коэффициенте передачи позиционного канала  $k_n = 2 \cdot 10^5$  м/с, погрешности азимутального датчика угла и следящей системы 3,5 угл.мин., азимутальных колебаниях объекта с амплитудой 1 град. и периодом 8 сек., шаге интегрирования  $h = 0,5$  с погрешность двойного гирокомпасирования **не превышает 0,1 град.** Время гирокомпасирования - в пределах 15 мин. Максимальная скорость горизонтальной коррекции не превышает при этом  $3 \cdot 10^{-4}$  1/сек (1 град./мин).

### Уменьшение времени гирокомпасирования

Представляется полезным исследование других алгоритмов аналитического гирокомпасирования для повышения точности или уменьшения времени гиро-

компасирования.

Остановимся на использовании фильтра Калмана для оценки параметров режима и азимутального угла платформы.

Для этого представим математическую модель системы в форме

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w},$$

где  $\mathbf{x}$  - вектор переменных состояния системы,  $\mathbf{w}$  - вектор белых шумов системы с единичной интенсивностью и нормальным распределением,  $\mathbf{A}(t)$  - матрица состояния,  $\mathbf{G}$  - матрица формирования входных возмущений.

Составим следующий вектор переменных состояния

$$\mathbf{x} = [\alpha_x \quad \alpha_y \quad V_x \quad V_y \quad u_\xi \quad u_\eta \quad \bar{\varepsilon}_x \quad \bar{\varepsilon}_y \quad \tilde{\varepsilon}_x \quad \tilde{\varepsilon}_y]^T.$$

Для моделирования случайного ухода гироскопов используем формирующий фильтр  $\dot{\tilde{\varepsilon}} = -\mu \tilde{\varepsilon} + \sigma \sqrt{2\mu} w$ , где  $\mu$  - коэффициент затухания,  $\sigma$  - среднеквадратическое отклонение.

Учитывая необходимость линеаризации системы уравнений (необходимое условие применения фильтра Калмана), пренебрежем в первых двух уравнениях системы (1) последними слагаемыми. Это допустимо, поскольку  $\alpha_z$  не превышает  $10^{-3}$  радиана. Исключим из рассмотрения в связи с этим третье уравнение.

Если принять, что азимутальное положение платформы изменяется по гармоническому закону  $\chi = \chi_m \sin \omega t$ , можно представить скорости изменения переменных  $\dot{u}_\xi = -u_\eta \dot{\chi}$ ,  $\dot{u}_\eta = u_\xi \dot{\chi}$ .

Таким образом, линеаризованная система уравнений получает следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_x &= -V_y / R + u_\zeta \alpha_y - u_\xi + \bar{\varepsilon}_x + \tilde{\varepsilon}_x, \\ \dot{\alpha}_y &= V_x / R - u_\zeta \alpha_x - u_\eta + \bar{\varepsilon}_y + \tilde{\varepsilon}_y, \\ \dot{V}_x &= -k_u g(\alpha_y + \varepsilon_a) - k_n \dot{\alpha}_y, \\ \dot{V}_y &= k_u g(\alpha_x + \varepsilon_a) + k_n \dot{\alpha}_x, \\ \dot{u}_\xi &= -u_\eta \dot{\chi}, \\ \dot{u}_\eta &= u_\xi \dot{\chi}, \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_x &= 0, \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_y &= 0, \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_x &= -\mu_x \tilde{\varepsilon}_x + \sigma_x \sqrt{2\mu_x} w, \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_y &= -\mu_y \tilde{\varepsilon}_y + \sigma_y \sqrt{2\mu_y} w. \end{aligned} \tag{2}$$

Ей соответствует матрица

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & U_\zeta & 0 & -1/R & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -U_\zeta & 0 & 1/R & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ k_n U_\zeta & -k_i g_1 & -k_n/R & 0 & 0 & k_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_i g_1 & k_n U_\zeta & 0 & -k_n/R & -k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{\chi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{\chi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_y \end{bmatrix}$$

Наличие элементов с  $\dot{\chi}$  указывает на то, что матрица  $\mathbf{A}$  нестационарна и в общем случае необходим учет этой нестационарности по соответствующей информации о  $\dot{\chi}$ . Однако моделирование показывает, что элементы с  $\dot{\chi}$  не влияют существенно на процесс фильтрации и для упрощения ими можно пренебречь.

Матрица  $\mathbf{G}$  имеет вид

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_x \sqrt{2\mu_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_y \sqrt{2\mu_y} \end{bmatrix}^T$$

Уравнение наблюдения имеет вид  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$ , где матрица наблюдения имеет вид

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} sia^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sib^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sva^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & svb^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Из вида матрицы следует, что измеряются углы отклонения платформы  $\alpha_x, \alpha_y$  на выходе акселерометров и данные о составляющих абсолютной скорости  $V_x, V_y$  на выходе изодронов.  $\mathbf{v}$  - вектор шумов наблюдения.

Оценка наблюдаемости системы по известному критерию

$$\mathbf{N} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^2 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^3 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^4 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^5 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^6 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^7 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^8 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^9]^T.$$

показывает, что ранг матрицы  $\mathbf{N}$  равен 10, т.е. система полностью наблюдаема.

Для оценки вектора состояния используем алгоритм дискретного фильтра Калмана в следующем виде

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_k, \\ \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k], \\ \bar{\mathbf{P}}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \bar{\mathbf{P}}_k, \\ \bar{\mathbf{P}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{F}$  – переходная матрица системы, в общем случае равная  $\mathbf{F} = \exp(\mathbf{A} \cdot h)$ ,

где  $h$  – шаг дискретизации.

В нашем случае для облегчения вычислений взято приближенное значение  $F = I + A \cdot h$ , где  $I$  – единичная матрица.  $\hat{x}_k$  – скорректированное (апостериорное) значение оценки вектора состояния,  $\bar{x}_k$  – предсказанное (априорное) значение оценки вектора состояния,  $K$  – матрица коэффициентов усиления Калмана,  $\hat{P}_k$  – скорректированная (апостериорная) корреляционная матрица ошибок фильтра,  $\bar{P}_k$  – предсказанная (априорная) корреляционная матрица ошибок фильтра,  $R$  – матрица интенсивностей шумов наблюдения (измерения)  $v$ ,  $Q$  – матрица интенсивностей входных возмущений  $Gw$ .

Начальная матрица  $P_k(10,10)$  содержит диагональные элементы, соответствующие начальным дисперсиям ошибок соответствующих переменных состояния. В матрице  $R(4,4)$   $sia, sib$  – среднеквадратические отклонения ошибок измерения углов  $\alpha_x, \alpha_y, sva, svb$  – среднеквадратические отклонения ошибок измерения скоростей  $V_x, V_y$ . При моделировании приняты  $sia = sib = 1e-6$  радиан,  $sva = svb = 0,1$  м/с.

Матрица  $Q(10,10)$  принята единичной.

Вектор начальных значений переменных состояния принят следующим

$$x = [\alpha_{x0} \quad \alpha_{y0} \quad V_{x0} \quad V_{y0} \quad u_{\xi 0} \quad u_{\eta 0} \quad \bar{\varepsilon}_x \quad \bar{\varepsilon}_y \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\alpha_{x0} = \alpha_{y0} = 2^0, \quad V_{x0} = R u_{\eta 0}, \quad V_{y0} = R u_{\xi 0}, \quad \bar{\varepsilon}_x = 3^0 / \text{ч}, \quad \bar{\varepsilon}_y = -\bar{\varepsilon}_x, \quad \tilde{\varepsilon}_x = \tilde{\varepsilon}_y = 0.$$

Результат моделирования при  $\mu_i = 1e-2$  1/с,  $\sigma_x = \sigma_y = 0,01$  <sup>0</sup>/ч,  $\chi_0 = 30^\circ$ , шаге дискретизации 1 с приведен на рис.7. Из рис.7 видно, что наиболее медленно сходятся оценки угловых скоростей уходов гироскопов.

Приемлемой точности гироскопирования можно достичь, если полученные оценки суммарного ухода гироскопов использовать для коррекции сигналов о линейной скорости объекта. В случае осреднения оценок уходов погрешность гироскопирования в зависимости от азимутального угла объекта находится в пределах от 5 до 20 угловых минут.

Таким образом, использование фильтра Калмана для оптимальной оценки вектора состояния позволяет сократить время гироскопирования при приемлемой точности.

## Выводы

Азимутальные колебания объекта существенно сглаживаются инерциальной платформой в режиме двойного аналитического гироскопирования. При колебаниях объекта амплитудой 1 градус с периодом 8 с колебания платформы не превышают 6 угл.мин. Время аналитического гироскопирования можно сократить до 10 минут при погрешности до 0,3 градуса при оценке уходов гироскопов методом калмановской фильтрации и ввода после этого соответствующей коррекции.

Дальнейшие исследования возможностей ускорения оценки уходов гироскопов



скопов могут способствовать дополнительному уменьшению времени гироскопирования.

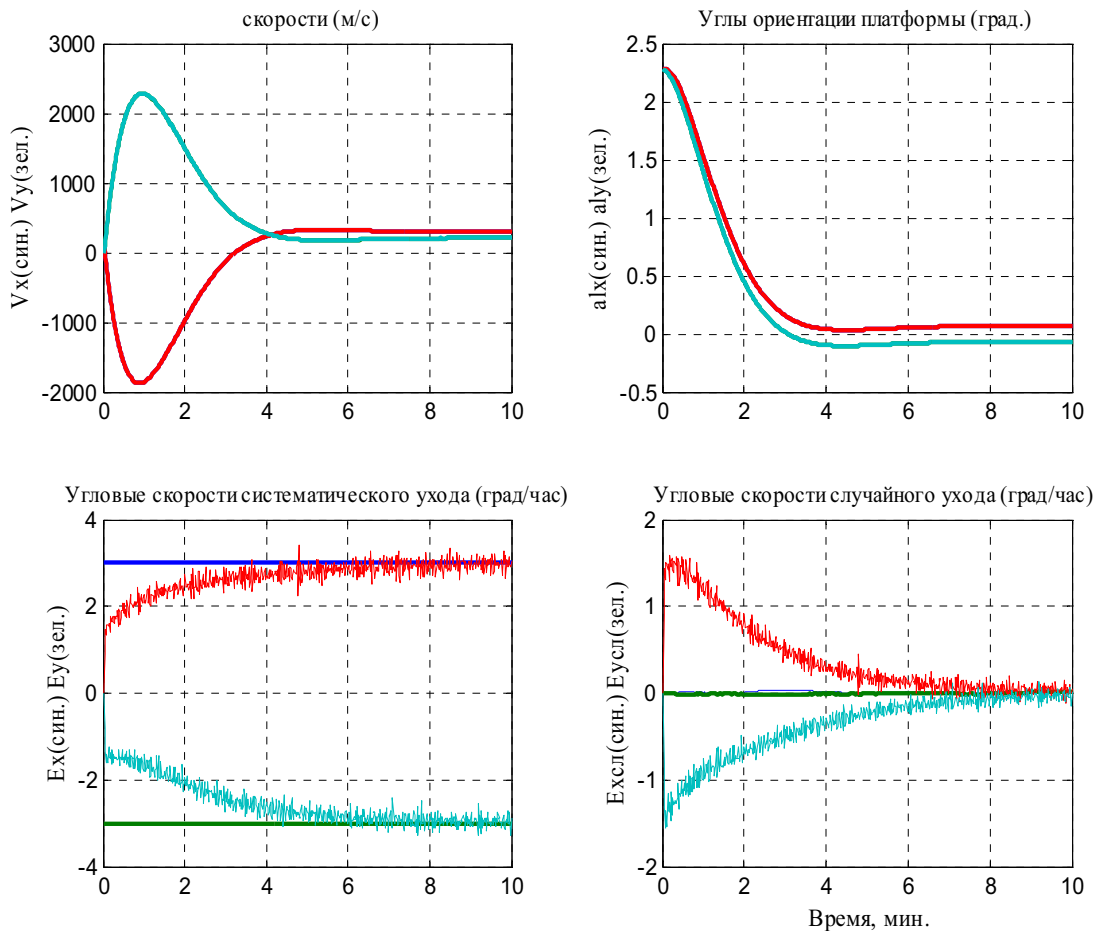


Рис.7. Траектории изменения переменных и их оценок (по скоростям и углам практическое совпадение)

Мелешко В.В., Габбасов С.М., Корнійчук В.В., Манохін В.И., Скуднева О.В. **Аналітичне гіроскопування інерціальної платформи**

Розглянуто похибки при азимутальних коливаннях об'єкта при одинарному й подвійному гіроскопуванні. Показано, що при оцінці параметрів системи разом з систематичною та випадковою складовими відходу гіроскопів, методом калмановської фільтрації можна досягти часу одинарного гіроскопування порядку 10 хв. при прийнятній точності.

Meleshko V.V., Gabbasov S.M., Kornejchuk V.V., Manohin V.I., Skudneva O.V. **Analytic gyrocompassing of inertial platform**

Errors of inertial platform gyrocompassing are investigated for single and double gyrocompassing. It is indicated, that under the estimate of system parameters together the constant and random gyro drifts by Kalman filters method, it is possible to have the gyrocompassing time less, than 10 minutes with good accuracy.

Надійшла до редакції  
23 травня 2007 року