

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 629.1.05

ГИРОСКОП НАПРАВЛЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНО - ПОЗИЦИОННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ НА КАЧКЕ

¹⁾Мелешко В.В., ¹⁾Янчевский А.Ю., ²⁾Скуднева О.В., ¹⁾Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина, ²⁾МГТУ им. Баумана, г. Москва, Российская Федерация

Рассматриваются преимущества использования интегрально-позиционной горизонтальной коррекции

Ключевые слова: гироскоп, интегрально-позиционная коррекция, качка, уход гироскопа

Введение

В авиации, на наземном транспорте давно используется гироскоп направления (ГН) с пропорциональной (позиционной) горизонтальной коррекцией. Недостатком такого ГН является повышенный уход на качке, вираже, при ускорениях объекта из-за возмущения маятника системы коррекции ускорениями движения [2].

В настоящей статье рассматриваются погрешности ГН, в котором в контур горизонтальной коррекции включен интегратор, а весь контур настроен на период колебаний маятника Шулера. Такая настройка дает известный положительный эффект невозмущаемости относительно ускорениями движения объекта, используемый в инерциальных системах. Кроме того, такая система горизонтальной коррекции, как и в инерциальных системах, дает возможность получить информацию о составляющей скорости движения объекта в направлении оси кинетического момента. Если вектор кинетического момента выставлен на север, то это будет северная составляющая скорости. В режиме подготовки целесообразно использовать интегрально-позиционную коррекцию, которая обеспечивает более высокую точность горизонтирования по сравнению с применяемой пропорциональной коррекцией.

Уравнения движения прибора

В [1,2] показано, что для ГН с маятниковой системой коррекции при малых $\gamma^\circ, \beta^\circ, \beta$, учитывая, что уход в азимуте определяется, в основном, коррекционным движением (удельная скорость коррекции $\varepsilon = 0.1 \dots 0.01$ рад/с), получим упрощенные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^\circ &= -\dot{\beta}^\circ \gamma^\circ, \\ \dot{\beta}^\circ &= -\omega_x^\circ + \frac{M_{z2}}{H}.\end{aligned}\quad (1)$$

Угол α° характеризует отклонение вектора кинетического момента H от плоско-

сти меридиана, а угол β° – от плоскости горизонта. Угол γ° характеризует отклонение оси наружной рамки от вертикальной плоскости, угол β – угол поворота гиromотора вокруг оси подвеса. M_{z_2} – момент горизонтальной коррекции

$$M_{z_2} \equiv M_{гк} = -k(\beta^\circ - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^\circ - \chi) dt ,$$

где k_u – коэффициент передачи интегратора, k – коэффициент передачи пропорциональной (позиционной) коррекции, χ – угол отклонения маятника от вертикали.

Движение на качке

Рассмотрим простейший случай: $\alpha_0^o = 0$, $\psi = 0$, $\vartheta = \vartheta_m \sin \omega_1 t$, $\varphi = \varphi_m \sin(\omega_2 t - \lambda_1)$, прибор смещен относительно центра качки на величину ρ_{zc} .

На качке $\omega_\xi = \omega_{\xi 0} + \omega_{\xi 1}$. Здесь $\omega_{\xi 0}$ обусловлена поступательным движением объекта, а $\omega_{\xi 1}$ - качкой.

$$\omega_{\xi 0} = -\frac{V}{R}, \quad \omega_{\xi 1} = -\frac{V_N^k}{R}.$$

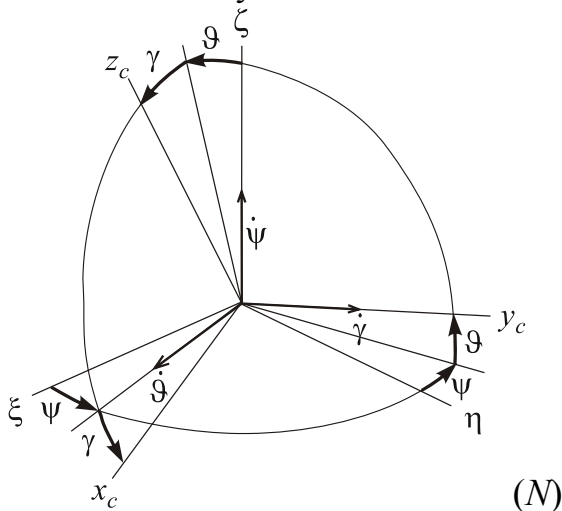
Здесь V – вектор скорости объекта, R – радиус Земли, V_N^k – северная составляющая линейной скорости места установки прибора, вызываемая качкой.

Сначала определим проекции скорости V^k на оси, связанные с объектом.

$$\vec{V}^k = \begin{vmatrix} \vec{x}_o^c & \vec{y}_o^c & \vec{z}_o^c \\ \omega_x^c & \omega_y^c & \omega_z^c \\ 0 & 0 & \rho_{zc} \end{vmatrix}, \text{ откуда } V_x^k = \omega_y^c \rho_{zc}, \quad V_y^k = -\omega_x^c \rho_{zc},$$

где ρ_{zc} – расстояние от центра качки до места установки прибора.

Из рис. 1 для малых углов рыскания ψ , тангажа ϑ , крена γ матрица направляющих косинусов



	x_c	y_c	z_c
ξ	1	$-\psi$	γ
η	ψ	1	$-\vartheta$
ζ	$-\gamma$	ϑ	1

Рис.1. Углы поворота объекта

С учетом направляющих косинусов $V_N^k = V_{yc}^k - \psi V_{xc}^k$. При $\psi = 0$ $V_N^k \approx -\omega_x^c \rho_{zc}$
 Из рисунка $\omega_x^c \approx \dot{\vartheta} - \dot{\psi}\gamma$. При $\dot{\psi} = 0$ $\omega_x^c \approx \dot{\vartheta}$. В итоге

$$V_N^k \approx -\dot{\vartheta} \rho_{zc}, \quad \dot{\omega}_\xi = -\frac{1}{R}(\dot{V} - \ddot{\vartheta} \rho_{zc})$$

Запишем угол отклонения маятника $\chi = -\frac{W_N}{g} = -\frac{1}{g}(\dot{V} - \ddot{\vartheta} \rho_{zc})$.

1. ГН с позиционной коррекцией

В отличие от [2] запишем уравнение (1) без учета помех и с учетом переносного движения сопровождающего трехгранника

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi)}{H}. \quad (2)$$

После подстановки ω_ξ и χ , обозначив удельную скорость коррекции $\varepsilon = k/H$, получим

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\frac{V - \dot{\vartheta} \rho_{zc}}{R} + \frac{\varepsilon \rho_{zc} \ddot{\vartheta}}{g}.$$

Учитывая, что $\dot{\vartheta} = \vartheta_m \omega_1 \cos \omega_1 t$, $\ddot{\vartheta} = -\vartheta_m \omega_1^2 \sin \omega_1 t$, запишем

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\frac{V}{R} + \frac{\rho_{zc}}{R} \vartheta_m \omega_1 \cos \omega_1 t - \frac{\varepsilon \rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^2 \sin \omega_1 t.$$

Первое слагаемое соответствует скоростной ошибке $\beta_{\text{ск}}^o = -\frac{V}{R}$, далее ее рассматривать не будем. Запишем

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1 \left(\frac{1}{R} \cos \omega_1 t - \frac{\varepsilon \omega_1}{g} \sin \omega_1 t \right) = \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1 A \sin(\omega_1 t - \mu),$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{g}{R}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon \omega_1}{g}\right)^2} \approx \frac{\varepsilon \omega_1}{g}, \quad \mu = \arctg \frac{g}{R \varepsilon \omega_1}.$$

Для $\omega_1 = 0,15$ 1/с, $\varepsilon = 0,1$ 1/с получим $\mu \approx 1,57 e^{-5}$.

Частное решение без учета малого μ будет

$$\beta^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_1 t - \lambda), \quad \lambda = \arctg \frac{\omega_1}{\varepsilon}. \quad (3)$$

Производная будет

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_1 t - \lambda). \quad (4)$$

Запишем уход гироскопа

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o, \quad \text{где при } \alpha_0^o = 0, \quad \psi = 0.$$

$$\text{Из [2]} \quad \gamma^o = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \sin \beta^o \sin \vartheta \cos \varphi} \approx \varphi_m \sin(\omega_2 t - \lambda_1).$$

Рассмотрим случай $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и $\lambda_1 = \pi/2$ при малых значениях аргументов. Тогда $\gamma^o = -\varphi_m \cos(\omega t)$. В результате

$$\dot{\alpha}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega t - \lambda_1) \cos(\omega t) = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} [\cos \lambda + \cos(2\omega t - \lambda_1)].$$

Постоянная составляющая

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos \lambda.$$

Так как $tg^2 \lambda + 1 = \frac{1}{\cos^2 \lambda}$, $\cos \lambda = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}$. После подстановки

$$\boxed{\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g(\omega^2 + \varepsilon^2)} \approx \frac{\varepsilon^2 \rho_{zc} \vartheta_m \omega \varphi_m}{2g}}$$

Оценим величину ухода.

При $\varepsilon = 0,1$ рад/с, $\rho_{zc} = 2$ м, $\vartheta_m = \varphi_m = 0,05$, $\omega = 1$ рад/с получим на качке $\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle \approx 2,5e^{-6}$ рад/с $\approx 0,5 \cdot$ град/ч

При сдвиге фаз $\lambda_1 = 0$ $\gamma^o \approx \varphi_m \sin(\omega_2 t)$.

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega t - \lambda_1) \sin(\omega t) = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} [-\sin \lambda_1 + \sin(2\omega t - \lambda_1)]$$

$$\sin \lambda = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}. \text{ В итоге } \boxed{\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \approx \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^2 \varphi_m}{2g}}$$

Оценка дает $\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle \approx 5 \cdot$ град/ч

2. ГН с интегрально-позиционной коррекцией

После подстановки момента M_{z2} в уравнение (1) и дифференцирования

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_n}{H} \beta^o = \frac{1}{R} (\dot{V} - \ddot{\rho}_{zc}) + \varepsilon \dot{\chi} + \frac{k_n}{H} \left(-\frac{1}{g} (\dot{V} - \ddot{\rho}_{zc}) \right).$$

Если выполнить условие Шулера $\frac{k_n}{H} = \frac{g}{R} = v^2$ получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_n}{H} \beta^o = \varepsilon \dot{\chi}.$$

Запишем, принимая, что $\ddot{V} = 0$ $\dot{\chi} = \frac{\ddot{\rho}_{zc}}{g} = -\frac{\rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^3 \cos \omega_1 t$

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + v^2 \beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^3 \cos \omega_1 t .$$

Частное решение этого уравнения

$$\beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{(v^2 - \omega_1^2)^2 + \varepsilon^2 \omega_1^2}} \cos(\omega_1 t - \mu_1), \quad \mu_1 = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon \omega_1}{v^2 - \omega_1^2}$$

Учитывая, что $v^2 \ll \omega_1^2$

$$\beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_1 t - \mu_1), \quad \mu_1 = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{-\omega_1} .$$

Возьмем производную

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_1 t - \mu_1) .$$

Запишем уход гироскопа

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o .$$

Рассмотрим случай $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и $\lambda_1 = \pi/2$ при малых значениях аргументов:

$$\gamma^o = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \sin \beta^o \sin \vartheta \cos \varphi} \approx -\varphi_m \cos \omega t .$$

Тогда запишем

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega t - \mu_1) \cos \omega t . \quad (5)$$

Запишем $\sin(\omega t - \mu_1) \cos \omega t = \frac{1}{2} [\sin(2\omega t - \mu_1) - \sin \mu_1]$,

$$\operatorname{ctg}^2 \mu + 1 = \frac{1}{\sin^2 \mu}; \quad \sin \mu = \pm \frac{\omega_a}{\sqrt{\omega_a^2 + \varepsilon^2}} .$$

Учитывая, что $\operatorname{tg} \mu = \frac{\varepsilon}{-\omega_1}$, запишем $\sin \mu_1 = \frac{-\omega}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}$. Тогда постоянная со-

ставляющая

$$\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^4 \varphi_m}{2g (\omega^2 + \varepsilon^2)} . \quad (6)$$

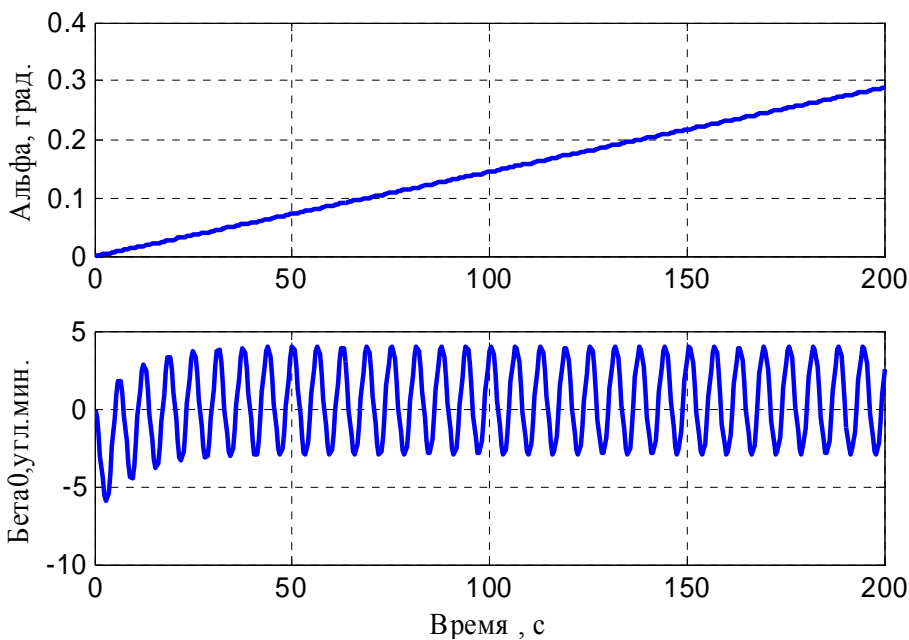
Оценим величину ухода. При $\varepsilon = 0,1$ рад/с, $V = 100$ м/с, $\rho_{zc} = 2$ м, $\vartheta_m = \varphi_m = 0,05$, $\omega = 1$ рад/с получим при $\lambda_1 = \pi/2$ на качке $\langle \dot{\alpha}_{nk}^o \rangle \approx 5,2 \cdot$ град/ч.

Таким образом, при интегрально-позиционной коррекции с шулеровской настройкой интегрального контура и обычной величине удельной скорости коррекции ε преобладающим является действие позиционной коррекции.

При переходе к интегральной коррекции ($\varepsilon = 0$) получаем шулеровские колебания, амплитуда которых определяется начальными угловой скоростью и погрешностью горизонтирования.

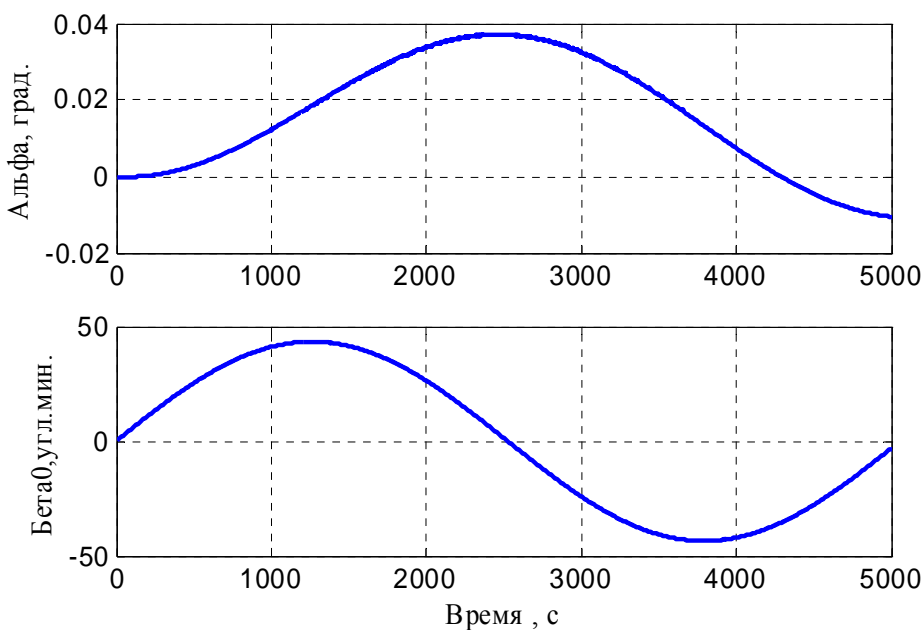
3. Моделирование работы прибора

Полученные аналитические оценки являются приближенными, поскольку базируются на приближенных уравнениях движения (1). Моделирование работы прибора на качке проведено по более точным уравнениям [1]. На рис.2 пока-



Уход ГПК на качке
 fim (крен)= 2.86479 (град.)
 psi0 (рыск.)= 0 (град.)
 psim (рыск.)= 2.86479 (град.)
 tetm (тангаж)= 2.86479 (град.)
 ω_1 (тангаж)= 1 (рад./с)
 ω_2 (крен)= 1 (рад./с)
 ω_3 (рыск.)= 0 (рад./с)
 lam1 (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 lam2 (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 fis (широта)= 60 (град.)
 $v_v = 100$ (м/сек)
 $k = 0.1$ (нм)
 k_i (инт.)= 0 (нм/с)
 r_z (плечо)= 2 (м)

Рис.2. Уход ГН при позиционной коррекции



Уход ГПК на качке
 fim (крен)= 2.86479 (град.)
 psi0 (рыск.)= 0 (град.)
 psim (рыск.)= 2.86479 (град.)
 tetm (тангаж)= 2.86479 (град.)
 ω_1 (тангаж)= 1 (рад./с)
 ω_2 (крен)= 1 (рад./с)
 ω_3 (рыск.)= 0 (рад./с)
 lam1 (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 lam2 (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 fis (широта)= 60 (град.)
 $v_v = 100$ (м/сек)
 $k = 0$ (нм)
 k_i (инт.)= 1.53979e-006 (нм/с)
 r_z (плечо)= 2 (м)

Рис.3. Уход ГН при интегральной коррекции

заны графіки помилок приладу з позиційною коррекцією, на рис.3 – графіки помилок приладу з інтегральною коррекцією, налаштованою на період коливань Шулера. Ухил при позиційній корекції збігається з аналітичною оцінкою.

Помилки при інтегральній корекції мають характер Шулеровських коливань. Ці коливання викликані Шулеровськими коливаннями в горизонтальному каналі, обумовленими обертанням супроводжуючого (опорного) тригранника, а також помилками початкового горизонтування (в статті не оцінюються).

Результати моделювання

Для позиційної корекції ухил на качці становить приблизно 0,5 град/х при зсуві фаз качки 90° , при зсуві фаз качки 0° ухил на качці становить приблизно 5 град/х

Для інтегральної корекції постійна складова майже непомітна, розмах помилки в межах 0,05 град.

Висновки

Розглянуто поведінку гіроскопа напрямку з позиційною, інтегрально-позиційною та інтегральною «шулеровською» горизонтальною коррекцією. Показано, що використання горизонтальної інтегральної корекції з налаштуванням на період Шулера дозволяє практично усунути ухил ГН на качці. Корисні результати можуть бути отримані при різних комбінаціях інтегральної та позиційної контурів корекції.

Література

- 1.Мелешко В.В., Скуднева О.В. Гірополукомпас з інтегрально – позиційною горизонтальною коррекцією на вираже. – Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. - 2009. - № 37. - С.5-13.
- 2.Одинцов А.А. Теорія і розрахунок гіроскопічних приладів. - К.: Вища школа, 1985. – 392 с.

Мелешко В.В., Скуднева О.В., Янчевський А.Ю. **Гіроскоп напрямку з інтегрально-позиційною горизонтальною коррекцією на хитавиці**

Розглянуто роботу приладу з позиційною, інтегрально-позиційною та інтегральною коррекцією. Показано, що використання налаштованої на період Шулера інтегральної корекції дозволяє практично позбутися помилок приладу. Вказано, що така корекція дозволить також мати дані про швидкість об'єкта.

Ключові слова: гіропівкомпас, інтегрально-позиційна корекція, хитавиця, відхід гіроскопа

Meleshko V.V., Skudneva O.V., Janchevski A.J. **Direction gyroscope with integral-position horizontal correction in rolling**

The work of device in a mode position, integral - position and integral horizontal correction in rolling are research. It is shown, that use of integral Shuler horizontal correction provide definition of a true course without drift. This correction gives information about aircraft velocity.

Keywords: directional gyro, integral-position horizontal correction, pitching, gyroscope drift

Надійшло до редакції
15 лютого 2010 року